Второй тур

Все решения необходимо отправить на автоматическую проверку. Для этого используйте вкладку «Посылки» в проверяющей системе.

В задачах, где ответом является программа, максимальное время работы на одном тесте указано в условии задачи. Ограничение на объём используемой памяти составляет 64 Мб.

Для решения заданий с текстовым ответом разрешается использовать компьютер. Например, вам может понадобиться текстовый редактор, приложение «Калькулятор» или написание вспомогательной программы. Не спешите отправлять ответ на задания с текстовым ответом — его можно отправить на проверку не более **трёх** раз (в отличие от задания, где ответом является программа).

Приведём пример текстового ответа на задачу.

Условие. Найдите сумму следующих значений A и B:

1. $A = 2$, $B = 5$
2. $A = 112$, $B = 358$
3. $A = 11111$, $B = 90000$
4. $A = 679995$, $B = 72$

В ответ запишите четыре целых неотрицательных числа в четырёх отдельных строках. Порядок записи менять нельзя. Если вы не можете найти ответ для какой-то пары значений A и B, то в соответствующей строке поставьте знак «-» (минус без кавычек). Правильный ответ для любой пары оценивается в 25 баллов.

Пример ответа, который мог бы быть отправлен на эту задачу:

```
7
460
-
680067
```

Это решение было бы оценено в 50 баллов, поскольку ответы для первой и четвёртой пар верны, для третьей ответ не записан, а для второй — посчитан неправильно.

Обратите внимание: никаких дополнительных слов и знаков, кроме числового или буквенного ответа или знака «-», записывать не нужно! Строки, в которых не соблюдается формат вывода ответа, оцениваются в 0 баллов.

Задание 1 (с текстовым ответом). Система счисления Гарри Поттера

Мир вычислительной техники — мир тайн и загадок, — думал Гарри, листая маггловский учебник по информатике, забытый мистером Уизли на кухне. Скажем, двоичная система счисления: используются цифры 0 и 1. Почему бы не использовать вместо цифры 0 цифру 2? Это была бы действительно двоичная система!

Например, число 20 $= 1 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^0$ будет записываться в ней как 1212.

Гарри задумал шалость: он добавил в учебник новую главу под названием «Действительно Двоичная система счисления». Осталось придумать несколько упражнений о переводе чисел из десятичной системы счисления в действительно двоичную.

В каждой из десяти следующих строк записано одно целое положительное число N_i в десятичной системе счисления.

1. 8
2. 25
3. 31
4. 94
5. 155
6. 289
7. 431
8. 711
9. 1059
10. 4592

В ответ запишите десять отдельных строк. В i-й строке запишите число N_i в Действительно Двоичной системе счисления. Напоминаем, что в этой системе счисления для записи чисел используются цифры 1 и 2, в остальном она аналогична двоичной системе счисления.

Порядок записи менять нельзя. Если вы не можете найти ответ для какого-то вопроса, то в соответствующей строке поставьте знак «-» (минус без кавычек). Правильный ответ на любой из вопросов оценивается в 10 баллов. У вас есть три попытки.

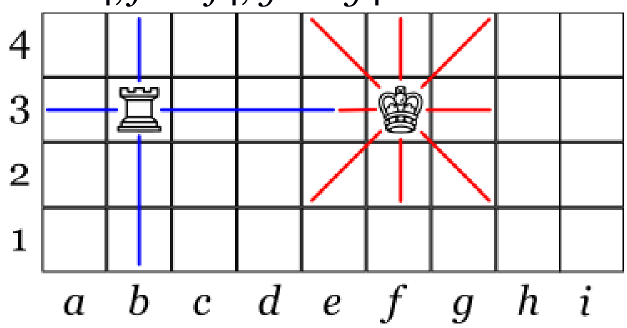
Задание 2 (с текстовым ответом). Гарри Поттер и волшебные шахматы

Волшебные шахматы приготовили для Гарри новое испытание. На этот раз он стоит перед прямоугольным полем размера N на M клеток. В его распоряжении есть неограниченное количество шахматных фигур двух типов — ладей и королей.

Чтобы пройти испытание, Гарри должен расставить фигуры на этом поле так, чтобы каждая клетка поля находилась под боем какой-нибудь фигуры. При этом нужно использовать как можно меньше фигур. Помогите Гарри определить минимальное количество фигур — ладей или королей, — которые можно расставить на поле так, чтобы все клетки оказались побиты.

Ладья бьёт клетку, на которой стоит, и все клетки, находящиеся с ней в одной строке или в одном столбце. Король бьёт клетку, на которой стоит, и все клетки, имеющие с ней общую вершину. Одна и та же клетка может находиться под боем нескольких фигур. Можно использовать фигуры одного типа, а можно — обоих.

Фигуры могут находиться под боем, но не могут бить сквозь другие фигуры. Например, на этом поле клетки $h3$, $i3$ не бьёт ни одна фигура, потому что ладья не бьёт клетки, находящиеся справа от короля. Ладья бьёт клетки $a3$, $b1$ — $b4$, $c3$ — $e3$; король бьёт клетки $e2$ — $e4$, $f2$ — $f4$, $g2$ — $g4$.



В каждой из десяти следующих строк записаны через пробел два целых положительных числа N и M, размеры поля.

1. 4 8
2. 6 9
3. 7 7
4. 10 5
5. 13 13
6. 17 18
7. 91 89
8. 100 105
9. 108 108
10. 112 111

В ответ запишите десять целых положительных чисел на десяти отдельных строках — минимальное количество фигур (ладей и королей вместе), которые побьют все клетки поля размера N на M клеток. Порядок записи менять нельзя. Если вы не можете найти ответ для какого-то вопроса, то в соответствующей строке поставьте знак «-» (минус без кавычек). Правильный ответ на любой из вопросов оценивается в 10 баллов. У вас есть три попытки.

Задание 3 (ответом является программа). Гарри Поттер и фальшивые крестражи

Гарри открыл сейф. Внутри оказалось N полок, каждая разделена на N отдельных ячеек. Назовём число N — количество полок внутри сейфа и ячеек на каждой полке — размером сейфа. Полки нумеруются с единицы сверху вниз. Ячейки нумеруются с единицы слева направо.

Внутри каждой ячейки сейфа стоит кубок, все кубки абсолютно одинаковы и неразличимы внешне. Пророчество гласит, что все кубки пронумерованы от 1 до $N \times N$ и кубок-крестраж скрывается под номером M.

Также известно, что кубки расставлены в порядке возрастания номеров по определённому правилу.

Сначала заполнили внешний контур ячеек — первую и последнюю полки и ячейки с номерами 1 и N на каждой полке. Затем заполнили следующий контур: вторую и предпоследнюю полки кроме уже заполненных ячеек и ячейки с номерами 2 и N-1 на каждой полке и так далее.

Каждый контур заполнен так: сначала в угловые ячейки контура по часовой стрелке, начиная с левого верхнего, были выставлены первые четыре кубка. Следующие четыре кубка были выставлены соответственно справа, снизу, слева и сверху от кубков, поставленных на предыдущем шаге. Далее аналогичным образом добавляли по четыре кубка, пока не заканчивались незанятые ячейки в очередном контуре. Если в центре осталась незанятая ячейка, туда помещали последний кубок.

Например, в сейфе размера 6 и в сейфе размера 3 кубки будут расставлены так:

1	5	9	13	17	2
20	21	25	29	22	6
16	32	33	34	26	10
12	28	36	35	30	14
8	24	31	27	23	18
4	19	15	11	7	3

1	5	2
8	9	6
4	7	3

Медлить нельзя, Гарри может взять только один кубок из сейфа. Где же стоит кубок-крестраж?

Формат входных данных

Первая строка содержит единственное целое неотрицательное число N — размер сейфа (количество полок внутри сейфа и ячеек на каждой полке), $1 \leqslant N \leqslant 10^5$.

Вторая строка содержит единственное целое положительное число M — номер кубка-крестража, $1 \leqslant M \leqslant N \times N$.

Формат выходных данных, ограничения по времени и памяти, примеры, пояснения к ним и описание системы оценивания приведены далее.

Формат выходных данных

В первой строке выведите номер полки, на которой находится кубок-крестраж.

Во второй строке выведите номер ячейки, в которой находится кубок-крестраж.

Полки нумеруются с единицы сверху вниз. Ячейки нумеруются с единицы слева направо.

Максимальное время работы на одном тесте

Все языки: 1 секунда

Участникам, пишущим на Python: почти всегда, если отсылать решения на PyPy, то они работают значительно быстрее.

Максимальный объём используемой памяти

64 Мб

Примеры

Входные данные	Результат
6 28	4 2
3 5	1 2

Система оценки

Каждый успешно пройденный тест оценивается в 5 баллов независимо от других тестов. Примеры, приведённые в условии задачи, не оцениваются.

Задание 4 (ответом является программа). Гарри Поттер и прокачка персонажа

Любому волшебнику нужно уметь контролировать свои ресурсы и оптимальным образом распределять их. Поэтому Гарри Поттер не просто прокачивает персонажа в компьютерной игре, а тренирует собственные аналитические навыки.

Для описания текущего состояния персонажа используется N различных параметров: сила, ловкость, здоровье, запас магической силы, скорость полёта и так далее. За прохождение очередного уровня игры Гарри заработал K бонусных баллов, с помощью которых можно улучшить эти характеристики. Один бонусный балл можно потратить на увеличение значения любого параметра на единицу. По условию игры, на этом этапе необходимо потратить все бонусные баллы, однако улучшать все параметры не обязательно.

Гарри известна парочка «читов»: если как можно больше параметров персонажа после распределения бонусных баллов окажутся чётными, то это принесёт дополнительные бонусные баллы в следующем раунде. Если существует несколько способов сделать значения наибольшего количества параметров чётными, то нужно, чтобы как можно больше чисел оканчивалось на 0 — это даёт доступ к более мощным заклинаниям в следующем раунде.

Вам известны количество бонусных очков, заработанных Гарри, и текущие значения всех параметров, описывающих состояние персонажа. Определите, сколько значений параметров будут чётными и сколько будут заканчиваться на 0, если Гарри распределит бонусные очки оптимальным образом.

Формат входных данных

Первая строка содержит единственное целое положительное число N — количество характеристик, $1 \leqslant N \leqslant 10^5$.

Вторая единственное целое положительное число K — количество набранных очков, $1 \leqslant K \leqslant 10^6$.

Следующая строка содержит N неотрицательных целых чисел, разделённых пробелом, — текущие значения параметров персонажа, $0 \leqslant a_i \leqslant 10^9$.

Формат выходных данных

В первой строке выведите единственное целое неотрицательное число c_1 — количество параметров, которые будут чётными.

Во второй строке выведите единственное целое неотрицательное число c_2 — количество параметров, которые при этом будут оканчиваться на 0.

Ограничения по времени и памяти, примеры, пояснения к ним и описание системы оценивания приведены далее.

Максимальное время работы на одном тесте

Все языки: 1 секунда

Максимальный объём используемой памяти

64 Мб

Примеры

Входные данные	Результат
10 7 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8	10 2
10 3 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8	8 1
5 5 2 2 2 2 2	4 0

Комментарий

Пример 1. $N = 10$, $a = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 8]$, $K = 7$.

Можно получить такой набор: $a = [2, 2, 4, 4, 6, 6, 8, 8, 10, 10]$.

Таким образом, ответ: 10, 2.

Пример 2. $N = 10$, $a = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 8]$, $K = 3$.

Можно получить такой набор: $a = [2, 2, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 8]$.

Таким образом, ответ: 8, 1.

Пример 3. $N = 5$, $a = [2, 2, 2, 2, 2]$, $K = 5$.

Не распределять очки нельзя, поэтому получаем $a = [2, 2, 2, 2, 7]$ и ответ: 4, 0.

Система оценки

Каждый успешно пройденный тест оценивается в 2 балла независимо от других тестов. Примеры, приведённые в условии задачи, не оцениваются.

Указания по решению задач

Задание 1 (с текстовым ответом). Система счисления Гарри Поттера

Представим число в традиционной двоичной системе счисления. Если в его записи используются только единицы, то оно уже представлено в Действительно двоичной системе счисления. Если в записи есть нули, то преобразуем число следующим образом.

Заметим, что $2^k = 2 \cdot 2^{k-1}$, то есть единицу в k-м разряде числа можно заменить на двойку в $(k - 1)$-м (здесь и далее разряды числа нумеруются от конца к началу, начиная с 0 — по соответствующим степеням двойки). Если в $(k - 1)$-м разряде раньше стоял 0, то сейчас мы получим там 2. Если во всех более младших разрядах уже стоят единицы, то преобразование числа закончено. Если нужно заменить какие-то ещё нули, то оставим в $(k - 1)$-м разряде одну единицу, а вторую «спустим» в $(k - 2)$-й разряд как двойку. Если же в $(k - 1)$-м разряде уже стояла единица, то оставим сейчас в $(k - 1)$-м разряде двойку и «лишнюю» единицу из $(k - 1)$-го разряда «спустим» в $(k - 2)$-й разряд как двойку. Таким образом, мы можем «спускать» цифры из старших разрядов числа в более младшие до тех пор, пока не избавимся от нулей в записи числа. Спуск завершится не позднее, чем в самом младшем разряде: невозможность закончить его означала бы, что мы каждый раз «спускаем» очередную двойку туда, где уже стоит единица — но к числу, состоящему из одних единиц, эту процедуру применять просто не нужно.

Например, для числа 25 цепочка преобразований будет такой:

$25_{10} = 16 + 8 + 1 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 11001_2$.

11001 → 2201 → 2121. Проверим: $2 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 2 \cdot 8 + 4 + 2 \cdot 2 + 1 = 25$.

№	задание	ответ	№	задание	ответ
1	8	112	**6**	289	11211121
2	25	2121	**7**	431	21221111
3	31	11111	**8**	711	122112111
4	94	122222	**9**	1059	1111211211
5	155	1122211	**10**	4592	111222221112

Задание 2 (с текстовым ответом). Гарри Поттер и волшебные шахматы

Для решения этой задачи можно было написать небольшой перебор. Заметим, что каждая ладья бьет одну строку и один столбец поля. Поэтому если поставить несколько ладей по диагонали, то останется прямоугольник из непобитых клеток.

Переберем количество ладей X, которые будут использованы, от 0 до $min(N, M)$. Больше, чем $min(N, M)$ ладей, ставить не имеет смысла, так как все клетки уже будут побиты. Тогда после расстановки X ладей, останется непобитым поле размером

$N - X$ на $M - X$ клеток. На это поле нужно расставить королей так, чтобы все клетки были побиты. Количество королей $Y = \left\lceil \frac{N-X}{3} \right\rceil \times \left\lceil \frac{M-X}{3} \right\rceil$ ($\lceil\ \rceil$ обозначают округление вверх). Тогда всего будет поставлено $X + Y$ фигур.

Ответом будет минимальное количество фигур из всех перебранных вариантов.

В качестве альтернативного решения можно было найти некоторые закономерности в полученных ответах для полей небольших размеров.

№	задание	ответ	№	задание	ответ
1	4 8	4	**6**	17 18	16
2	6 9	5	**7**	91 89	88
3	7 7	5	**8**	100 105	100
4	10 5	5	**9**	108 108	106
5	13 13	11	**10**	112 111	110

Задание 3 (ответом является программа). Гарри Поттер и фальшивые крестражи

Заметим, что заполненная матрица, описывающая расположение кубков в ячейках сейфа, имеет регулярную структуру. Внешний контур (первая и последняя строка, первый и последний столбец) при размерности матрицы в N будет включать в себя все числа от 1 до $4(N - 1)$. Определим, будет ли лежать заданное M во внешнем контуре. Если нет — отбросим его и перейдем к рассмотрению чисел в следующем по вложенности контуре. Выполнив несколько таких действий, мы сможем определить порядковый номер контура, в котором лежит искомое M. Далее определим, в какой части контура будет лежать заданное число: в верхней строке, нижней строке, левом столбце или правом столбце. Для этого проанализируем остаток от деления M на 4. Определив область контура, найдем позицию внутри области, на которой будет расположено М. Для этого проанализируем целую часть от деления M на 4. Локализовав место элемента в матрице и запомнив попутно номер контура, область и позицию внутри области, мы сможем вычислить искомые номера строки и столбца.

Задание 4 (ответом является программа). Гарри Поттер и прокачка персонажа

Возможны три случая.

Случай 1. Число k меньше количества нечётных чисел. Это значит, что все числа чётными сделать невозможно. Чтобы получить как можно больше чётных чисел, нужно нечётные числа увеличивать на 1, а чётные не изменять. Так можно увеличить количество чётных чисел на k. При этом для получения наибольшего количества чисел, заканчивающихся на 0, будем увеличивать сначала те нечётные числа, которые заканчиваются на 9, а затем остальные.

Случай 2. Число k не меньше количества нечётных чисел и сумма всех значений после распределения бонусных очков чётна. В этом случае все нечётные числа можно сделать чётными, увеличив каждое на 1. Далее для получения наибольшего количества чисел, заканчивающихся на 0, будем увеличивать сначала числа, которые после преобразования заканчиваются на 8, затем которые заканчиваются на 6 и т.д. Если после всех изменений распределены не все бонусы, то это значит, что или все числа заканчиваются на 0, или для получения очередного такого числа не хватило бонусных очков (например, нужно изменить число 4, добавив к нему 6, а бонусных очков осталось всего 4). В первом случае к какому-нибудь числу нужно добавить оставшиеся бонусы, «испортив» лишь одно число, заканчивающее на 0. Во втором случае оставшиеся бонусы нужно добавить к любому числу, не заканчивающемуся на 0.

Случай 3. Число k не меньше количества нечётных чисел и сумма всех значений параметров после распределения бонусных очков ($a_1 + a_2 + \dots + a_n + k$) нечётна. Это значит, что все числа чётными сделать невозможно (так как необходимо распределить все бонусные очки), однако гарантированно можно сделать чётными все числа, кроме одного. Мы можем либо оставить одно из изначально нечётных чисел нечётным, либо поменять одно из изначально чётных чисел на нечётное. Если в исходном наборе чисел есть нечётные числа, то удалим из набора самое маленькое из всех нечётных чисел. После такого удаления задача сводится к случаю 2, за исключением распределения бонусных очков после того, как все числа стали заканчиваться на 0. В этом случае оставшиеся очки нужно прибавить к этому удаленному числу, не «испортив» никакое число, заканчивающееся на 0. Если в исходном наборе чисел нет нечётных, то самое маленькое чётное число увеличим на 1, сделав нечётным, и будем решать задачу аналогично случаю, когда удаляли самое маленькое нечётное число.