ШИФР 10-12 (заполняется оргкомитетом)

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Всероссийская олимпиада школьников по математике
III (региональный) этап
Кировская область, 30 – 31 января 2017 года

Класс 10

Фамилия КОРОБОВ

Инициалы Н. А.

(ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ в именительном падеже)

РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ (заполняется жюри)

Номера задач	1	2	3	4	5	6	7	8	Сумма баллов
Результат	7	7	–	0	7	7	7	5	40

Председатель жюри: ____________ /И.С. Рубанов/

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет Математика класс 10 шифр 10-12

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

10.5

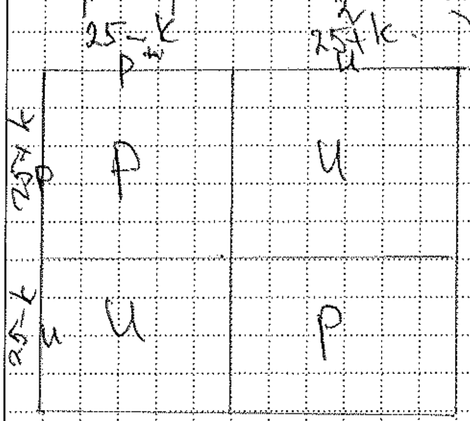
1) $р\cdot и = \cancel{р}и$ (рац × иррац = иррац ~~рац~~)

~~ии~~ Иначе $\cancel{р}\ и = \frac{р}{р} = р$ противоречие.

2) $р\cdot р = р$

3) $и\cdot и \leqslant {р \atop и}$, но мы можем расположить числа так, чтобы $и\cdot и = р$. (вверху числа вида $k_i\cdot(\sqrt{2}+1)$, слева: $k_j(\sqrt{2}-1)$), тогда $k_ik_j\cdot\cancel{3}\,1$ — это их произведение ($k_i, k_j \in Z$)) оно р.

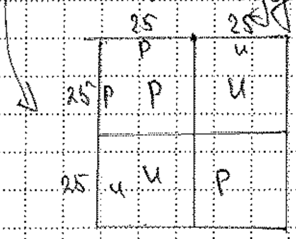
Пример на $\frac{50\cdot 50}{2} = 625\cdot 2$



кол-во р $= (625-k^2)\cdot 2$.

Т.к. $|k|>0 \Rightarrow k^2>0 \Rightarrow \cancel{2}(625-k^2)<625\cdot\cancel{2}$

$\Rightarrow$ макс будет при $k=0$.



+

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет	Математика	класс	10	шифр	10-12

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

10.6

Наши первые числа: $a_1 \ldots a_n$.

База.

1-е допис.: $a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2=a_{n+1}$

2-е допис.: $(a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2)^2+a_1^2+\ldots+a_n^2=(a_1^2+\ldots+a_n^2+1)(a_1^2+\ldots+a_n^2)$ (т.к. разница 1)

2-е допис. имеет 2 взаимопростых множителя => имеет мин. 2 различных простых дел.

Давайте называть k-е допис. как a_{n+k} число, тогда

Если у a_{n+k} элемента минимум k разл. прост. дел, то у a_{n+k+1} их k+1.

~~k-е: $(a_1^2+\ldots+a_{n+k-2}^2)^2+a_1^2+\ldots a_{n+k-2}^2=(a_1^2+\ldots+a_{n+k-2}^2+1)\times$~~
~~$\times(a_1^2+\ldots a_{n+k-2}^2)$~~
~~a_{n+k-1} k разл. прост. мн.~~

~~k+1-е: $a_1^2+\ldots+a_{n+k-1}^2+a_{n+k}^2=$~~
~~$=(a_1^2+\ldots a_{n+k-2}^2+1)^2(a_1^2+\ldots a_{n+k-2}^2)^2+(a_1^2+\ldots a_{n+k-2}^2)^2+$~~
~~$+a_1^2+\ldots+a_{n+k-2}^2=$~~
~~$=(a_1^2+\ldots+a_{n+k-2}^2)(a_1^2+\ldots+a_{n+k-2}^2+1+a_1^2+\ldots$~~
~~$=(a_1^2+\ldots a_{n+k-2}^2)$~~

k+1-е: $a_1^2+\ldots+a_{n+k-1}^2+a_{n+k}^2=a_1^2+\ldots+a_{n+k-1}^2+(a_1^2+\ldots+a_{n+k-1}^2)^2=$
$=\underbrace{(a_1^2+\ldots+a_{n+k-1}^2)}_{a_{n+k}}(a_1^2+\ldots+a_{n+k-1}^2+1)$

k различных пр. дел. и ~~a_{n+k}~~ две скобки взаимопросты (разница 1)

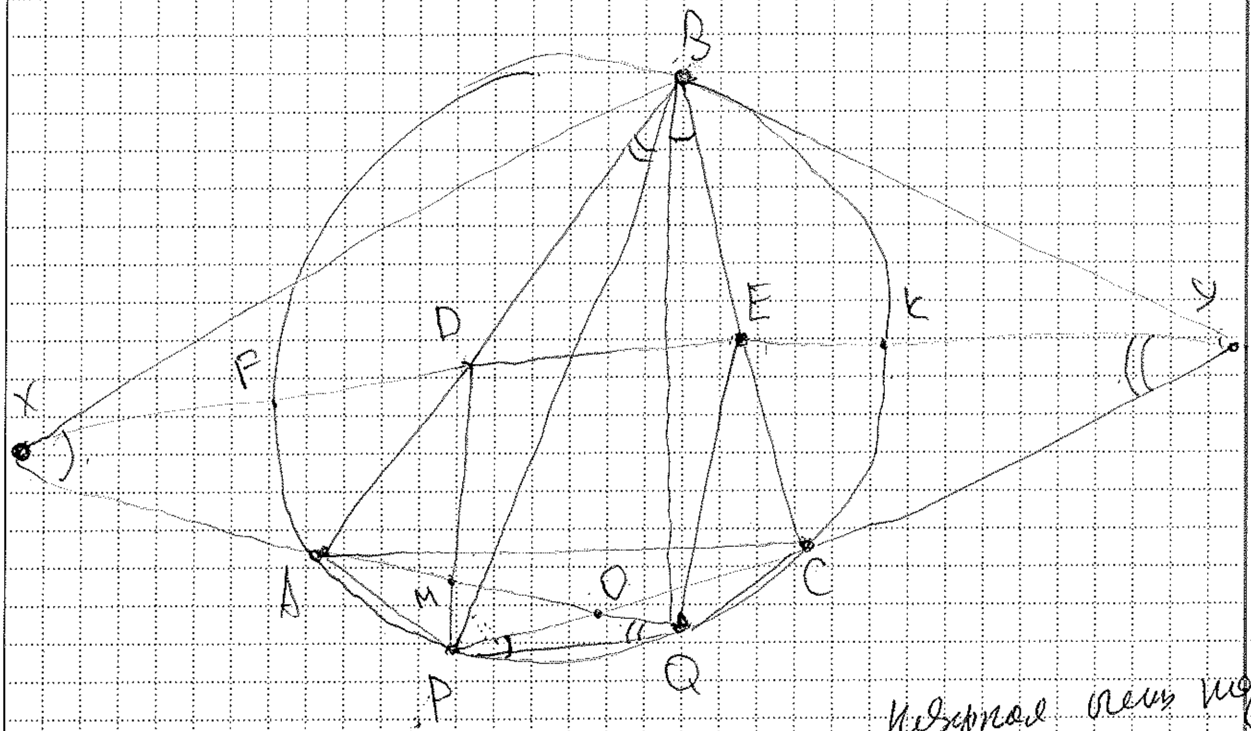
=> у k+1-ого допис. числа имеется хотябы k+1 прост. дел.

+

предмет Математика класс 10 шифр 10-12

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

10.8.



1) $\angle CBQ = \angle CPQ$, $\angle ABP = \angle AQP$

2) Т.к. $DE \parallel AC \Rightarrow FA = CK \Rightarrow \angle EXA = \angle CPQ$, $\angle DYC = \angle AQP$

Неверная степень подробности изложения

3) $XBEQ$ - лежат на одной окр. 1 $(\angle QBE = \angle QXE) \Rightarrow \angle DPY = 180 - \angle DBY$
$YBDP$ - лежат на одной окр 2 $(\angle DBP = \angle DYP) \Rightarrow \angle XQE = 180 - \angle XBE$

~~Если~~ $\angle XBE + \angle YBD = \angle XBY + \cancel{2}\angle PBQ + \angle ABP + \angle CBQ$ (1)

4) $\angle PMQ = \angle XQE = \angle PMO$, $\angle POM \overset{2)}{=} \angle CPQ + \angle AQP$

5) $\angle OMP + \angle MPO + \angle POM = 180$.

$\downarrow$ $180 - \angle XBE$ $\downarrow$ $180 - \angle YBD$ $\downarrow$ $\angle CPQ + \angle AQP$

сократили?

(1)

$360 - \angle XBY - \angle PBQ - \angle ABP - \angle CBQ + \cancel{18}\angle CPQ + \angle AQP = 180$

$\angle ABP = \angle AQP$, $\angle CBQ = \angle CPQ$

$\Rightarrow \angle XBY + \angle PBQ = 180$.

+

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

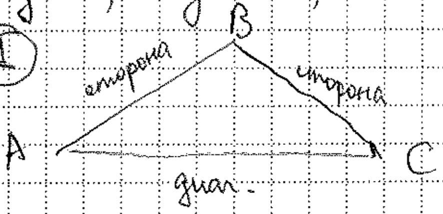
предмет Математика класс 10 шифр 10-12

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

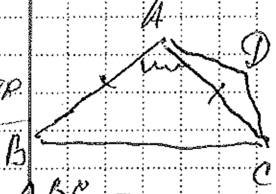
10.7

Давайте вначале просто ~~разбивать~~ посмотрим на разбиение ~~нашего~~ выпуклого многоуг. на треугольники. Выбирем его сторону и посмотрим какой Δ с ней связан. (случаи до и-т-к)

Сразу стоит сказать, что в вып. тр-ках max 3 острых угла, а значит, если мы говорим, что $AB = BC \Rightarrow$ мы донашли стороны

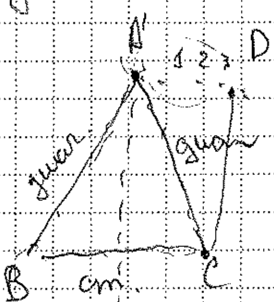


1. $\Rightarrow AB \neq BC \Rightarrow$ Сторона $\neq$ диаг $\Rightarrow \angle ABC$ - остр $\Rightarrow$ таких Δ макс 3.



ABC тупоугольный

Тогда выберем сторону, Δ..



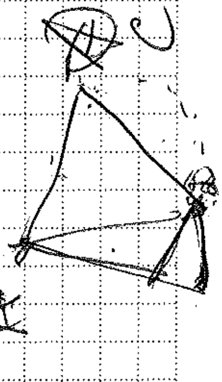
2. Р-м диаг. разбиения выходящую из C и ведущую к ближней A точке. ~~Если это точка D~~ ~~то~~ Рассмотрим аналогично диаг. разбиения из новой точки D к ближайшей из точек к C и т.д.

Что за точка D?

Случай, когда между A и D есть точки рассмотрим потом.

В каком смысле?

Так мы отсекаем некое количество точек (их количество справа от новой диаг. разбиения уменьшается хотя бы на один) $\Rightarrow$ таким образом когда-нибудь мы найдем Δ ①. Аналогично можно найти такой Δ ① за стороной AB.



Если в ходе таких операций мы между точками A и D имеет, например, стороны, то действуем так: найдем ближайшую диагональ к A, выходящую из A (AM)

3. Далее следуем алгоритму. Р-м диаг. разбиения из M ближ. к A и т.д. $\Rightarrow$ найдётся ещё один Δ① Больше их не должно быть $\Rightarrow$ если мы встретим точки ~~сторо~~ тр-ка между A и D (②) $\Rightarrow$ как бывает лишь один раз.

$\Rightarrow$ в ③ либо M совп. с D либо следуя алгоритму мы получаем сов существование ребра AD (т.е. все точки от M до P соединены с A), иначе по алгоритму возникает четвёртый Δ①.

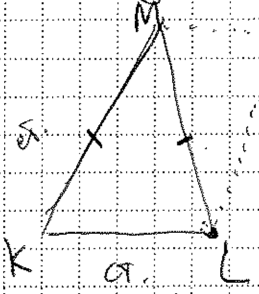
Теперь поговорим о равнобедренном Δ-ке:

см. продолжение.

предмет Математика класс 10 шифр 10-12

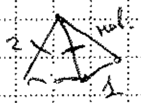
Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

10.7 (прод.)
Мы уже выяснили, что имеется мин. 2, max 3 △ ①
Р-м один из них:



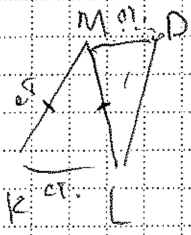
Следуя алгоритму из L диаг. рад. к ближ. К М ... и т.д.

Может быть и так.



и снова нов. диаг. равна либо 1 либо 2 стороне.

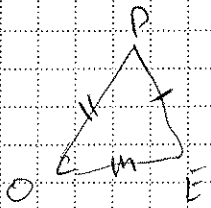
(может происходить чередование (новая сторона вверху или внизу)



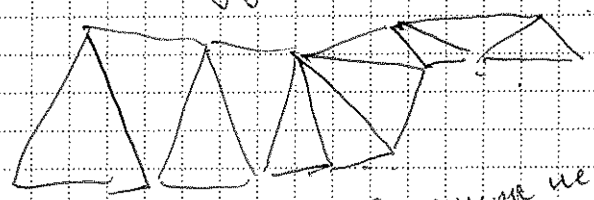
Либо MD = DL, либо KM = DL т.е. новая диаганаль всегда равна какой-то стороне.

Следуя алг, мы может только раз натк[н]уться на то, что напр. между M и D будут точки (этот случай)

Если следуя алг. мы находим его, то образуется △ OPE, диаганали которого равны каким-то различным сторонам => две стороны равны (т.к. образуется равноб. △

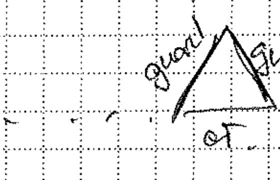


Если такого случая не обр => следуя



(рисунок не удачный), но окажется ситуация, когда диаганаль 1, диаганаль 2 и новая сторона обр. △ => снова какие-то 2 стороны равны.

(схождение двух цепочек)



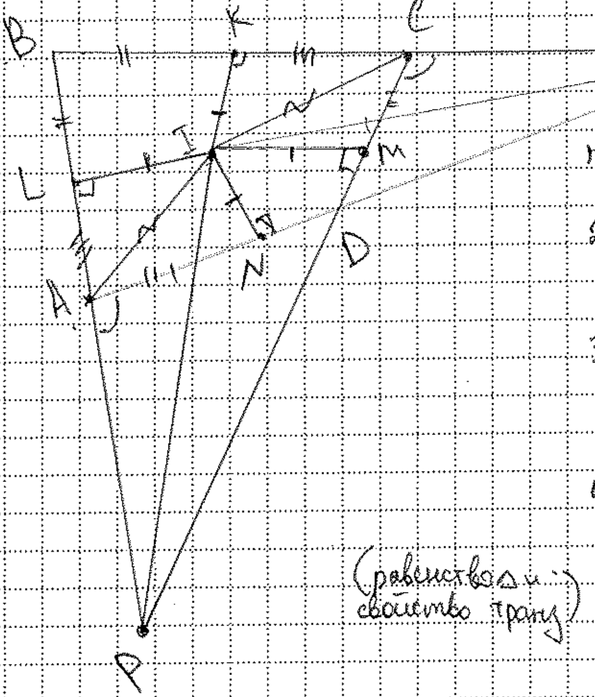
Итого: получаются схождения 2 или 3 цепочек в зависимости от количества △ ①, при их схождении получается △, который уравнивает (по свойству транзитивности) две стороны)

Полно ру [illegible]

предмет Математика. класс 10 шифр 10-12

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

10.2.



1) ~~ВК = BL, т.к. они касательные к окр. LKMN~~

2) PI - бисс ∠BPC, т.к. IL = IM => => в окр. ω дуги AI и IC равны => => хорды тоже равны => AI = IC

3) △AIL = △CIK, т.к. AI = IC, IL = IK => LA = CK => ~~AB = BC => △ABC равноб. => ∠ACQ = ∠CAP =>~~ => AN = CM = CK = AL

4) AI - бисс BAD, CI - бисс BCD, т.к. I равноуд. от соотв. сторон => ∠BAI = IAN = ∠KCI = ∠MCI => => ∠PAQ = ∠QCP => P, A, C, Q лежат на одной окр., а т.к. PAC лежат на ω => Q лежит на ней.

(равенство △ и свойство трапец.)

+

10.1

~~Чтобы произведение увеличилось в 15 раз числа должны быть~~

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 = X$ $a_i \in N$

$(a_i - 3)$ - не все числа этого вида должны быть ~~меньше 0~~ больше 5 ~~0~~, иначе $|a_i| > |a_i - 3|$ => произведение уменьшится

Нужно отметить, что $a_i \neq 3$, тогда $a_i - 3 = 0$ => произв = 0, а оно было нат -> уменьшилось.

Если $a_i = 1$, то $a_i - 3 = -2$.

$a_i = 2$, то $a_i - 3 = -1$

Если $a_i > 3$, то $a_i - 3 > 0$.

Мы выяснили, что $a_i < 3$ должны иметься, а т.к. новое произведение должно быть нат => $a_i < 3$ должно быть чётное кол-во

Если их 2, то

a_i	$a_i - 3$
1·1	(-2)(-2)
1·2	(-2)(-1)
2·2	(-1)(-1)

max произведение увеличилось в 4 раза, это мало, ведь все ост. а только уменьшают его.

Если их 4, то

1111	$(-2)^4$
1112	$(-2)^3(-1)$
1122	$(-2)^2(-1)^2$
1222	$(-1)^3(-2)$
2222	$(-1)^4$

max произведение увеличится в 16 раз. Если мы возьмем меньше (в 8 или меньше), то раз остальные а уменьшают => мы не дойдем до 15х => рассмотрим все 1, кроме одной.

пример на след. стр.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет	Математика.	класс	10	шифр	10-12

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

10.1 (прод.)

$\begin{cases} 1111 \cdot a_5 = a_5 \\ (-2)^4 \cdot (a_5 - 3) = 15 a_5 \end{cases}$ $\quad a_5 - 3 = \frac{15}{16} a_5 \quad \frac{1}{16} a_5 = 3 \quad a_5 = 48.$

$\Downarrow$

пример: $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1. \quad a_5 = 48.$

$48 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 48.$

$(-2)^4 \cdot 45 = 15 \cdot 16 \cdot 3 = 48 \cdot 15$

Можно.

+

10.4.

Если $k = 1$, и число $n = 10^p$, где $10^p > |k_i|$ (где k_i коэффициент) $P(x) + x - 10^p$

Тогда $P(n)$ будет число вида $10^{2017p} \cdot k_1 + 10^{2016p} \cdot k_2 \ldots + k_{2018}$

и тогда, раз $10^p > |k_i|$ можно будет определить все

коэффициенты.

Если $k \geq 2$, то $n_1 = 10^p$, а $n_2 = 0$, (если 0 не корень) $P(n_2) =$

$P(n_2) = k_{2018} \Rightarrow P(n_1) \cdot P(n_2) = k_{2018} \cdot 10^{2017p} k_1 + \ldots + k_{2018}^2$

Т.к. $k_1 = 1 \Rightarrow$ мы сможем определить $k_{2018} \Rightarrow$ сводится к случаю $k = 1$.

—