

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

Заполнять ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по образцам

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 , -

1. Заполните поля «фамилия», «инициалы», «класс» на титульном листе, если они не заполнены.

ШИФР КОМПЛЕКТА (заполняется оргкомитетом)	ФАМИЛИЯ	НАЗАРОВ
10-03	ИНИЦИАЛЫ	M . A .
ПРЕДМЕТ	КЛАСС, В КОТОРОМ ВЫ УЧИТЕСЬ (ЧИСЛО)	
МАТЕМАТИКА	10	
ДАТА ПРОВЕДЕНИЯ (дд.мм.гггг.) ПЕРВЫЙ ДЕНЬ	КЛАСС, ЗА КОТОРЫЙ ВЫ УЧАСТВУЕТЕ В ОЛИМПИАДЕ	
05 . 02 . 2021	10	
ВТОРОЙ ДЕНЬ		
06 . 02 . 2021		

2. ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО СТРАНИЦ (заполняется после второго дня,
титульный лист не считается):

13

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ (заполняется жюри)

Номера задач	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма баллов
Результат	7	7	7	-	7	7	7	7	2	0	51

Председатель жюри: И.С. Рубанов/

И.С. Рубанов/

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

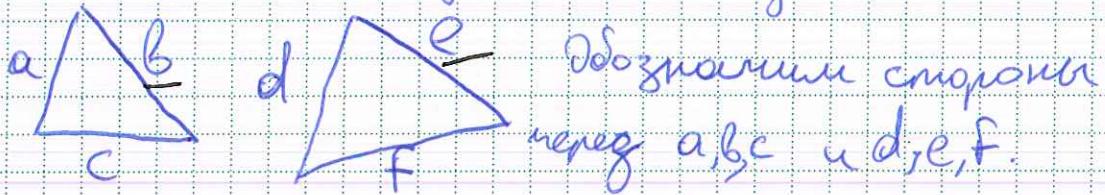
10-03

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 10.1

1) из трех самых длинных палочек!

- Если все три палочки измачивно стояли в одной треугольнике, то получилось бы треугольник (будет одна из палочек), нер-ко треугольника будут перекрываться, т.к. в измачивном висят)
- Если не все 3 были в одной треугольнике, то осталась альтернатива 2-в одном, 1- во 2-ом.



Тогда три найденные оказались сторонами b, e, f . Тогда, чтобы показать, что треугольник получается, будем показывать равенство трех оставшихся треугольников.

Заменим, что т.к. b, e, f - найденные, то каждая из них больше чем любая из 3 оставшихся (наименьшая)

$$\text{• Известно: } f < d + e < b + e \quad (\text{т.к. } d < b) \Rightarrow \\ \Rightarrow f < b + e$$

$$\text{• Известно: } e < d + f < b + f \quad (\text{т.к. } d < b) \Rightarrow \\ \Rightarrow e < b + f$$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

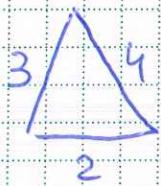
10-03

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

• избыточно: $b < a+c < e+f$, т.к. $a < e$; $c < f \Rightarrow$
 $\Rightarrow b < e+f$

Я показал, что из трех треугольников
для трех прямых сторон выполнимо, зна-
чим треугольник получимся

№ 2) Для трех самых коротких пою-
мек это неверно. Приведу конкретный пример:



Показано, что изображенные
фигуры - треугольники, т.к.
они - соединимся.

Три самых коротких: 3, 2, 1

Видим, что $3 < 2+1$ - неверно, значит
Δ не получимся

№ 10.2

Задача на доказательство

Предположим, что x^y - отрицательное,
тогда заметим, что для этого необходимо
доказать то, чтобы x^y были разных знаков

Пусть x^y - отрицательное, y - положительное.
($x \neq 0$, $y \neq 0$)

Если наоборот, то переодоказим. Т.е. при
данной замене x на y условие не меняется.

$$y^x - x^y > y, x^y - y^x > x$$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-03

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Сложим обе части неравенства:

$$x^4 - y^4 + y^4 - x^4 > x^4 + y^4$$

$0 > x^4 + y^4$ т.к. $x > 0$, $y < 0$, но

чтобы $x^4 + y^4 < 0$ $|y| > |x|$, т.к. иначе

$$x^4 + y^4 \geq 0$$

т.к. ~~$x^4 + y^4 = 0$~~ $|x| < |y|$, то $x^4 < y^4 \Rightarrow x^4 - y^4 < 0$

из условия $*x^4 - y^4 > x^4 \Rightarrow 0 > x^4 - y^4 > x^4 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^4 < 0$ б. значит наше предположение

неверно $\Rightarrow x^4$ - не может быть отрицательным числом.

10-3

Нужно множество S - конечно. Потому что
множество выбрать в нем ~~неконечное~~ конечное
натуральное число в которое простой
множитель 3 входит в неделимой
степени. Если таких несколько, то складываем
ищем. Обозначим это число за X , тогда
для этого числа X найдется где-то числа

b и C из множества S такие, что

$$X = \frac{b(3C-5)}{15} \Rightarrow 15X = b(3C-5).$$

Нужно б X входит в степенях к, когда

$$X = 3^k \cdot x_1, \text{ где } \cancel{x_1} \nmid 3$$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-03

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

$$\text{Получаем: } 15 \cdot 3^k \cdot x_1 = 6(3x - 5)$$

$$5 \cdot 3^{k+1} \cdot x_1 = 6(3x - 5)$$

Замечаем, что $3x - 5$ не кратно 3, т.к.

$$3x - 5 \equiv 1 \pmod{3}$$

Замечаем, что т.к. левая часть кратна

3^{k+1} , то и правая должна быть кратна 3^{k+1} ,

но т.к. $(3x - 5)/3$, то $6 : 3^{k+1} \not\equiv 0$, т.к. мы

выбрали чисто простое 3 входит в наименьший степени, а наше число в наименьшем

3 входит в большей степени, нечетное число, что

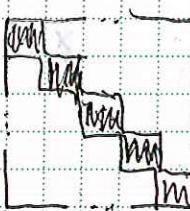
мы выбрали, значит 3 - бесконечна

н 10.5

Рассуждаем тема. Его спасение будет основываться на симметрии. Первый разрез Тома разделен

Запросим малую диагональ нашего квадрата

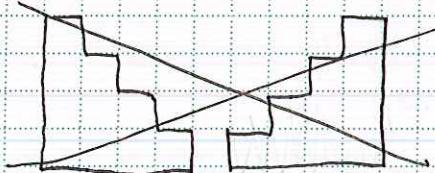
100 × 100



Замечаем, что после этого

квадрат разобьется на 2 "лесенки"

Рассмотрим их:



РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

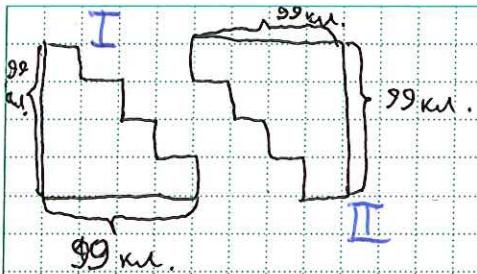
класс

10

шифр

10-03

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.



I Пускъ Вася сходит в левую „лесенку“, тогда
Паня будет сходить в правую „лесенку“ по
такому правилу:

1) Рассмотрим ход Васи в „лесенке“:

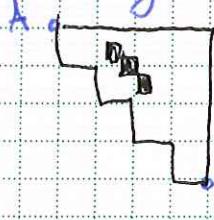
Пускъ Вася закрасил к клемки.
Теперь преобразуем эту лесенку

так: сдвинем все свои „лесенки“ до
упора справа. получим.

Заметим, что закрашенные
клетки строятся по правилам,
как в лине - К.

2) Теперь наш „лесенку“ берхъ фона:

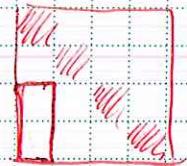
научим



3) Закрасим выделенные клетки во
второй „лесенке“

II Аналогично воспользуйся со спирот,
правой „лесенкой“. Если Вася сходит в правую,

как сдвинем?



И как
теперь
найдёшь?

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

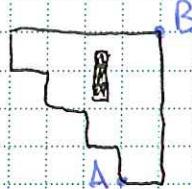
шифр

10-03

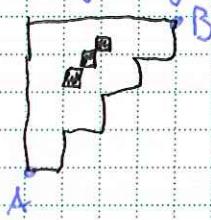
Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

то засорил в лесную пак.

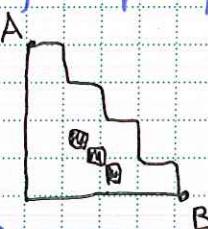
1) ход Васи:



Преобразуем ее ~~по~~ ~~запор~~ сдвинув „сюда“ по упора влево:



2) Переорганизуем лесенку вверх пак:



3) Закрывают ли деревянные клемки в лесной, первои, лесенке?

Действует пак после каждого хода Васи
Задачи, что если у Васи есть ход, то

Леша ^{может} сходить, помните что ?
Веселка
клемки закрываются ^{всегда} ^{закрываются}:

• Есть у Леша нет хода, тогда рассмотрим
последний ход Васи

Здесь стоит задача, что после каждого хода
Леша „лесенка“ в которой ходил Вася и

преобразованная „лесенка“ в которой торчит Леша
равна (т. е. клемки закрывающие одинаково)

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

10-03

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Погоди, если Вася закрасил что-то
в одной из этих „лесенок“ Теря смешно
закрасить это же самое в другой „лесенке“,
а потом предположить её красочно и получитъ
ход для сда

Значит, если Вася склонил, то Теря тоже
погоряется тем, а значит Теря подергил

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-03

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 10-6

Заметим, что сумма двух десятизначных чисел — десятизначное или одиннадцатизначное число \Rightarrow нечётные цифры не должны быть парой 31.

Покажем, что 31 нечёт. цифра — невозможна.

Если все цифры наших чисел — нечётные, то рассмотрим сумму $a+b$, а именно разряд единиц числа $a+b$. Покажем, что эта цифра получается путём сложения единиц в a и цифры единиц в b , они тоже нечётные. И $I+K=4$, а т.к. переноса из разряда единиц числа $a+b$ — чёткая \downarrow пример на 7

$$30: \quad a = 999\ 999\ 999 \quad b = 6\ 666\ 666\ 666$$

$$a+b = 1999\ 999\ 999\ 8$$

№ 10-7

Заметим, что среди четырёх чётных квадратов найдётся 2 в которых число членом однозначный остаток по модулю 3 (т.к. существует 3 остатка по модулю 3, \Rightarrow по принципу Дирихле найдётся 2 такие квадраты).

Теперь заметим, что между чётными двумя членами числа в которых членом

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

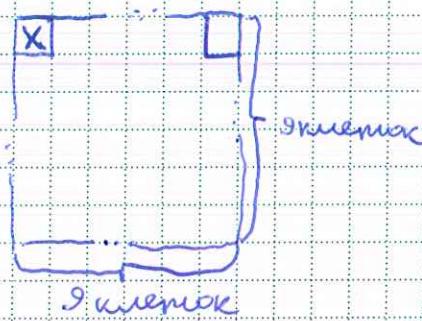
Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Одноклеточный остаток или деление на 3 есть
самонепересекающийся путь по клемкам
(остаток не остатком)
т.е.: из К можно попасть в $K+3$ по строке
клемки из $K+3 \rightarrow K+6$ и т.д.

Из любого K мы можем попасть в $K+3d$,
где $d \in \mathbb{N}$, $K+3d \in V$, d -целое

Это значит, что между нашими двумя
числами есть самонепересекающийся
путь по клемкам (этими же остатками)

1) Пусть эти клетки лежат на одной стру-
не



Чтобы попасть из левой в правую клетку
сделать 8 ходов вправо. Значит, что
на каждом ходу близ нам когда-то придется
сделать ход влево. На каждом ходу когда-то
придется сделать ход вправо. Этими, я
согласен сказать, что передвигаясь по этому
пути мы сделали чётное кол-во ходов.

П.к., "мимо" шаги разбиваются на пары, а
"остаток" - чётко. Тогда если в левой клетке

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет Математика класс 10 шифр

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Справедливо число x , то в чудовой будет

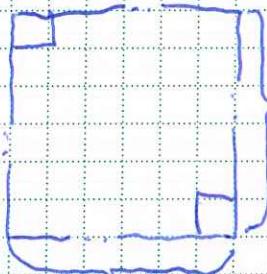
$x+2 \cdot 3 \cdot k$, где k -целое

Описана фигура, что $|2 \cdot 3 \cdot k| \leq 6$

2) Если клемки лежат в противоположных углах, то рассуждение остается прежним.
Однако только в том, что нужно сделать

8-право и 8-лево, а т.к. $8+8=16$ 16-целое

то ничего не изменится.



Этот же мы сделаем четное
число зодов \Rightarrow разность будет
кратна 6

Эсл.

Ответ: Верно.

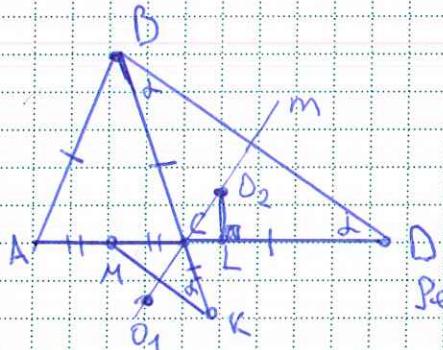
10-8

Дано: ABC -треугольник, M -середина

$BC = CD$; $CM = CK$ AC

D -мб. Окружности описаны
около $\triangle ABD$, $\triangle MCK$ -касаются

Решение:



Пусть O_1, O_2 - центры описанных окружностей

$\triangle MCK$, $\triangle ABD$ соответственно.

По сл описанной окружности O_2 лежит на
середине $KL \perp KB$, O_1 лежит на середине $ML \perp MK$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Таким $\angle BDC = \alpha \Rightarrow \angle CBD = \alpha$ но в $\triangle ABC$ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BCD = 180^\circ - 2\alpha$ но $\angle BCD + \angle MKC = 180^\circ$

$\angle MKC = \angle BCD = 180^\circ - 2\alpha$ как вертикальные

$\Rightarrow \angle CKM = \alpha$ но в $\triangle MKC$

по т.к. $\angle DBK = \angle MKB = \alpha$, что по признаку II признака

$MK \parallel BD$. Тогда ℓ - срединный $\perp \times BD = m$

ℓ проходит через O_2 , потому что в $\triangle ABC$

(б) т.к. медиана сопадает с высотой)

Т.к. эта прямая ℓ одна из II прямых, то

ℓ и m скрещиваются (т.к. накрест лежащие углы равны

90° по II признаку) \Rightarrow в $\triangle ABC$: $m \perp \ell$

срединный $\perp \times MK \Rightarrow O_2 \in m$

По Гиацинову: 1) из $\triangle ABD$: $\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R$

2) из $\triangle MCK$: $\frac{MC}{\sin \alpha} = 2r$

$$R = \frac{AB}{2 \sin \alpha} \quad r = \frac{MC}{2 \sin \alpha}$$

Покажем, что $O_1O_2 = R - r$, тогда по признаку
касающихся окружностей gle разных дуг

показалось: $O_1O_2 = O_1C + CO_2 = r + CO_2$

Хотим показать: $2r + CO_2 = R \Rightarrow \frac{MC}{\sin \alpha} + CO_2 = \frac{AB}{2 \sin \alpha} \Leftrightarrow (f) CO_2$

$$\Rightarrow MC + CO_2 \cdot \sin \alpha = \frac{AB}{2}$$

Пусть O_2L - срединный $\perp \times AD$, тогда т.к. CO_2 - дуга-
высота $\angle DCB$ в $\triangle ABC$ в $\triangle ABC$ $\angle DCB = 90^\circ - \alpha$ $\Rightarrow \angle CO_2L = 90^\circ - \alpha$

Все гри
так?

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 10 шифр

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

1)

$$CO_2 \cdot \sin \angle = CL \text{ (из } \Delta CO_2 L)$$

Суммы показаний: $MC + CL = \frac{AB}{2}$

Знаем, что $AL = \frac{1}{2} AD$, $AL = AM + MC + CL$, $AD =$

$$AB + 2CM$$

↓

$$AL = \frac{AB}{2} + CM$$

II

B C

$$MC + CL = AL - CM$$

7

$$MC + CL = \frac{AB}{2} + CM - CM \Rightarrow MC + CL = \frac{AB}{2}, \text{ что}$$

3

и суммы показаний

~ 10.70.9

Сумма всех n:

Страна гений помощника:

1) Пускай зритель положит в крайнюю левую 1 или 2, тогда помощник, начиная с единицей, цифры расположает все оставшиеся числа по возрастанию. Пример:

Например: 1 2 3 4 5 K - Если ему не хватит места, пусть помощник перенесет ко 2 килограммам и продолжит писать дальше.

Помощник всегда открывает крайнюю левую клавишу. Если он видит 1/2, то понимает, что это этот случай. Далайте понять, что не смотрят на любой изображенный фокусник

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Сейчас у нас есть, где \neq осталась карточка.
Это правило, т.к. по любому числу можно
поменять: где левым осталась карточка
(справа или слева). Это так, т.к.
либо номер квадратов больше этого числа,
либо наоборот \Rightarrow Решение описано
до 2 и откроем её.

2) Если Задача не подходит 1 или 2 в
левую ячейку, то Тогда решим задачу
подходит в левую ячейку расположенный
между двумя карточками 1 или 2, приём
будет он подходит обычно, если 1 и 2
и они разные, если наоборот, решив 2
Помощник скажет все осталась цифры
от 1 до 9 разбросанного начально.

Решение будет знать расположение
чисел 1, 2, их взаимное расположение,
будет знать, что число расположение будет
смешан в тщательно, помощник
скажет более точнее, что
Решение быть может беспомощно,
т.к. цифра 1, а по расположению
расположена, т.к. 2

1 и 2 разные?

Чем это
равно
равно
равно?

если 1
если 2