

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

Заполнять ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по образцам

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 , -

1. Заполните поля «фамилия», «инициалы», «класс» на титульном листе, если они не заполнены.

ШИФР КОМПЛЕКТА
(заполняется оргкомитетом)

10-21

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

ДАТА ПРОВЕДЕНИЯ

(ДД.ММ.ГГГГ.)

ПЕРВЫЙ ДЕНЬ

05 . 02 . 2021

ВТОРОЙ ДЕНЬ

06 . 02 . 2021

ФАМИЛИЯ ПОПОВ

Г . С .

КЛАСС, В КОТОРОМ ВЫ УЧИТЕСЬ (ЧИСЛО)

10

КЛАСС, ЗА КОТОРЫЙ ВЫ УЧАСТВУЕТЕ В ОЛИМПИАДЕ

10

2. ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО СТРАНИЦ (заполняется после второго дня,
титульный лист не считается):

10

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ (заполняется жюри)

Номера задач	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма баллов
Результат	7	7	7	-	7	7	7	7	0	-	49

Председатель жюри: И.С. Рубанов/

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет **математика**

класс **10**

шифр

10-21

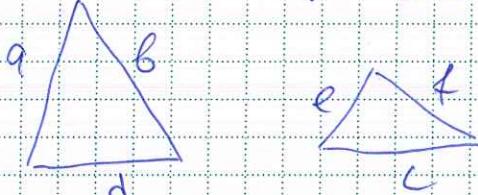
Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 1

Посмотрите, как "длинные" и "короткие" палочки можно расположить в треугольнике:

1) Если изначально один прямолинейный состоит из 3 самых длинных, а другой - из 3 самых коротких, то из обеих групп можно составить треугольник (после того, как в начале)

2) Если в одной прямолинейной находятся 2 из самых длинных палочек (нельзя склеить) и одна из трех самых коротких:



Тогда a, b, c - длинные палочки, а d, e, f - короткие.

По неравенству треугольника $a+b \geq e+f > c \Rightarrow a+b > c$

Также $b+d \geq a$, а $b+c \geq d+f \Rightarrow b+c > a$

значит $c+a \geq a+d \geq b \Rightarrow a+c > b$

Тогда из трех из групп с длинными палочками можно составить треугольник.

3) Т.к. у нас есть 3 длинные палочки и 2 прямолинейных, то либо они составят один из них, либо в одной из прямолинейных есть 2 длинные палочки. Оба эти случая мне показались \Rightarrow из групп с длинными палочками всегда можно составить треугольник.

А если мы возьмем прямолинейные с длинами сторон: $\frac{3}{2}, 6, 7$ и $2, 4, 5$, то заметим, что можно составить треугольник со сторонами $5, 6, 7$ и $\frac{3}{2}, 2, 4$, но $\frac{3}{2} + 2 < 4 \Rightarrow$ треугольник из второй группы

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

10-21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

составить не сумма, значит можно сделать не всегда

Ответ: из первой прямой - всегда, из второй - не обязательно.

№ 2

$$\begin{cases} x^4 - y^4 > x \\ y^4 - x^4 > y \end{cases}$$

- сложим перв-ю и получим $0 > x + y$, т.е.
сумма $x + y$ - отрицательна.

Тогда возможны 2 варианта: $x + y$ - отрицательна, либо один из них положительное, а другое отрицательное

1) если оба отрицательны $x > 0, y < 0$.

$$(x^4 - y^4) = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2) > x$$

$$x + y < 0 \text{ (из выше)}$$

$$x^2 + y^2 > 0$$

$$x - y > 0 \text{ (по пред. } x > 0, y < 0\text{)}$$

Тогда произведение 2 положительных и 1 отриц. членов будет отрицательное число. Полученное отрицательное $> x$, а $x > 0$ - противоречие.

Если $y > 0$, а $x < 0$, то сколько бы умножалось другое первенство.

Итак, мы получим, что вариант с отрицательным и положительным числом невозможен, значит оба числа отрицательные \Rightarrow произведение положительное.

Ответ: no ответ.

7

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

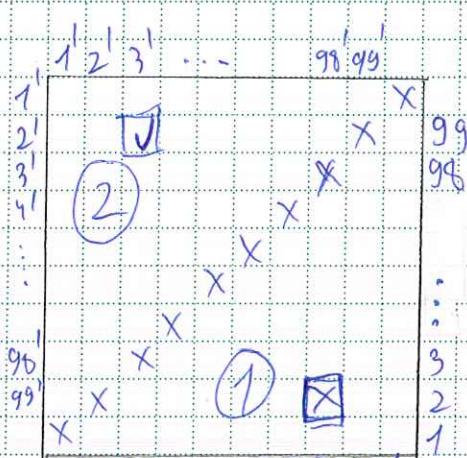
10-21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

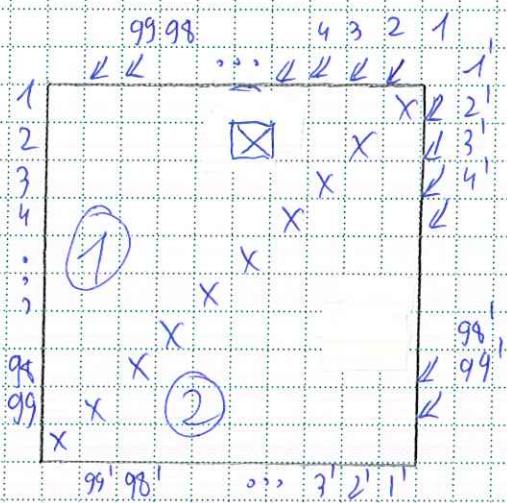
№ 5

Дедушка Иванъ здѣшній Племя. Для игры въведенъ систему координатъ

для четвёртой игровой плоскости следующимъ образомъ:



дзѣ Ваши



дзѣ Тимъ

Племя обяснило, какъ изъгнаныи этой системой:

У насъ есть 2 половины доски 1x2 (кроме центральной диагонали.)

Первый ходомъ Тимъ занѣмъ плавную диагональ полностью.

Если Вася сходитъ въ киотку (координаты $(9, 6)$) - первая координата

половинъ - координата шахматы, а вторая - спорта (Конечно же на рисункѣ \square).

\square - отмечено киотку (координаты $(3, 2)$). У координаты рабочемъ

для своей половины доски (нарисуйте Вася къ 1 половинѣ координаты безъ

спортсменовъ, а къ 2 половинѣ - со спортсменами), координаты со спорта

изъгнаныи пакче - спасибо спорту, помил спорту (нарисуйте $\square - (3, 2)$)

Дзѣ Тимъ координаты будутъ другие:

Зачучнегутий диагонали начерти отъ 1го 99 (пакче паке дзине). Тогда киотка

(координаты $(9, 6)$) будутъ соотв. 9-ой диагонали и 6-ой спорте

(нарис. Тимъ \square - соотв. $(3, 2)$). Аналогично, въ другой половинѣ,

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

10-21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

отде координаты с крепежами (стакана уложены, помой стакан)

Диаграмма нарисуйте обозначки со стаканами ↘

Таким образом если Вася ходит в координату $(a; b)$ (в свой стакан),

то Петька ходит в килемку $(a; b)$ по б своей стакане. Пример - килемка

$\square (3; 2)$. Соответствующие позиции обозначены одинаковыми цифрами
(если Вася ходит б ①, то Петька тоже б ①).

Теперь опишем стратегию для Пети.

Первый ходом запишем плавную диагональ (на рисунках отмечена
крепежами). Теперь если Вася ходит в координату $(a; b)$ (всякого, неизвестных
килемок), то мы ходим соответствующую b $(c; b)$ -писано выше.

Все килемки разделились на пары (одинаковые координаты у Пети и у Васи)

Тогда изм, если в какой-то килемке Вася ходит в килемку $(m; n)$, а мы
в килемку с координатами $(m; n)$ ходить не можем, значит дана килемка
1) занята. Если в эту килемку ходил Вася (для него это координаты $(k; l)$),
значит мы следующим ходом ходим в килемку $(k; l)$ для нас и $(m; n)$ для него.

но значит сейчас Вася не мог ходить в килемку $(m; n)$, т.к. она уже занята.

2) Если в эту килемку когда-то ходил Петя, но в килемку $(m; n)$ уже когда-то
ходил Вася, а значит сейчас он уже не мог там ходить.

Итак: если мы не можем сходить в килемку, то Вася предыдущим ходом
не мог сюда сходить.

Тогда если бы Вася не мог добраться последнего килемку, то мы бы не
могли сходить \Rightarrow Вася не мог добраться последнего килемку, значит,
это сделали мы, и мы победили.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет математика

класс 10

шифр

10-21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 3

Пусть множество S конечно. Тогда выберем a , делающее из наибольшую степень пройти, пусть $a = 3^k \cdot p$ (возможно $k=0$, тогда p будет любое число)

$$p \cdot 3^k = \frac{6(3^k - 5)}{15}$$

$$15 \cdot 3^k \cdot p = 5 \cdot 3^{k+1} \cdot p = 6(3^k - 5)$$

значит, что $(3^k - 5) \mid 3$ $\Rightarrow 6 \mid 3^{k+1}$, то есть мы выбрали $a = 3^k \cdot p$, где k - максимальная степень пройти, а $b \in S$, при этом $b \in S$ число, которое делится на степень пройти, большую k . Противоречие. Значит мы не можем взять наиб. степень пройти.

Значит множество S бесконечно, т.к.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

10-21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

н.6

Последний многочленом ворожитое число усилр ня доке:

число 10. Было б, а число $a+b$ содержит в себе не более

11 цифр, т.е. было не более 31 цифры,

Пусть первых цифр 31, тогда в числе $a, b, a+b$ ВСЕ цифры
нога
перестанут. Но суммая числа a и b мы получаем на конце гётную
цифру (серия двух перестанут гётных, т.е. оканчиваются на гётную цифру).

Значит гётных цифр не более 30.

Пример: $\begin{array}{r} +1111111111 \\ 9999999999 \\ \hline 1111111110 \end{array}$ а
б
а+б

Здесь 30 перестанут (но 10 в худом числе)

н.7

Запомни, что число, членами которого являются остатки по модулю 3

образуют, "путь" из кирпичей.

Построим, что, членом 1. Это очевидно, ради симметрии

(4-7 и т.д. 9). Т.е. мы можем обойти все числа с остатками

1 и мод 3 единицами на какую-либо четную кирпичку. Тогда получим

каждый-либо кирпичку 27 кирпичей. Очевидно для остатков 2 и 0, этого

у нас есть 3 единицы, которые вместе составляют квадрат: 9×9 .

Всего 4 членные пирожки, а у нас 3 единицы \Rightarrow в каждой-либо единице есть

хотябы 2 членные пирожки.

Пусть в этих пирожках стоит число $3x+k$ и $3y+k$, $x < y$.

Начинаем. Пограничный пирожок в начальном порядке, иначе членные пирожки -

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

10 - 21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

В первом члене: Тогда получим из пачки уравнение.

Наглядно отмечу $3x+k$ идёт к числу $3y+k$ по линии. Который ясно

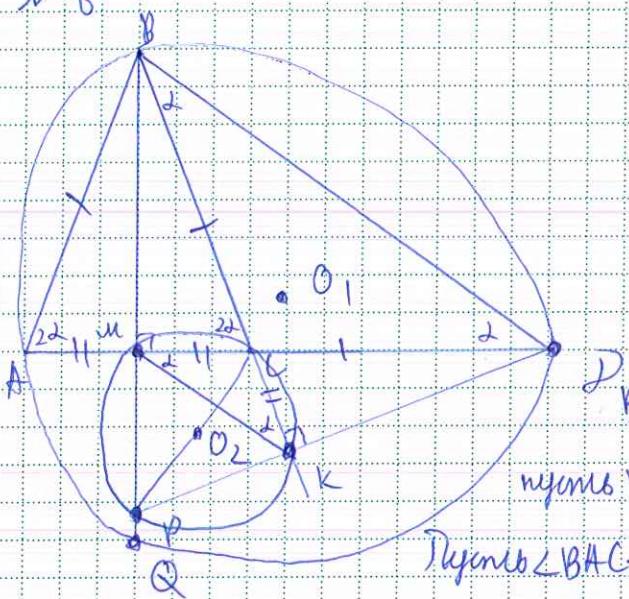
мы можем член гибким, на которой смысли, а т.к. начали в первом и
закончили в первом, то мы сделали всего шагов - 2 н.

Т.к. бывают соседние числа отличаются на 3, то есть члены члены при
делении на 3 - на 1, то $y = x + 2n$

Тогда решать $(3y+k) - (3x+k) = 3(y-x) = 3(x+2n-x) = 6n$.

Т.к. n - натуральное ≥ 1 , то $6n \in \mathbb{N}$.

н.8



Dано: ΔABC , $AB=BC$

$BC=CD$, M -орт., $MC=CK$

Доказать: $(ABD) \sim (MKL)$

Доказание

ВЧ - вписаная в ΔABC по вр. $\angle B$,
тогда $\angle BCA \cap (MKL) = P$.

Доказать $\angle BAC = \angle BCA = 2d$

$\angle MKL = \angle CKM = 2d$

$\angle MKP = 90^\circ \Rightarrow CP$ - диаметр окружности $(MKL) \Rightarrow \angle CKP = 90^\circ$

$\triangle BCA \sim \triangle DCK$

1) $BC = CD$ идем

2) $MC = CK$ по ул.

3) $\angle BCA = \angle DCK$ как верт.

} $\triangle BCA \sim \triangle DCK$ по $CYC \Rightarrow \angle DCK = 90^\circ$ как
состр.

**РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ**

предмет **математика**

класс **10**

шифр

10-21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

$$\text{тогда } \angle PKD = \angle PKC + \angle CKD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow P - K - D$$

$$\angle MRK = 2\angle \text{м.к. } MKP - \text{внм} \Rightarrow \angle BPD = 2\angle$$

Пусть $BMD \cap ABP = Q$, тогда $\angle KAD = \angle BQD = 2\angle$ как внм.

$$\angle BPD = \angle BQD = 2\angle \Rightarrow P = Q$$

Значит отмечается опровергнутие ΔMK из ABD никак обнуляющуюся P .

Пусть O_1 - ц. окр. окр. ABD , O_2 - ц. окр. окр. ΔMK .

$$\angle DBK = \angle BKM = \angle \Rightarrow BD \parallel MK \text{ по признаку}$$

Тогда O_1 лежит на сер. \perp к BD , которая проходит через C , т.к. $BC \equiv CD$.

Это означает, что O_1 перпендикулярна MK , а значит это и сер. \perp к MK ,

т.к. $M \equiv CK$ то O_2 тоже лежит на сер. \perp к $MK \Rightarrow O_2 \equiv C \equiv O_1$.

т.к. $C \equiv P$ - диаметр, то $P - O_2 - C - O_1$, $B, P \in O_2, P$ - концы опровергнутой.

Тогда проведём через P прямую $a \perp O_1O_2$

т.к. $a \perp O_1P$, то $a \perp$ кас. к (ABD) , а т.к. $a \perp O_2P$, то $a \perp$ кас. к (MK) ,

но тогда a - это их общая касательная, значит и окружности

касаются в точке P . \square и.з.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

10-21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

н 10.9

Задание, то для $n=3$ можно будет не присыпывать спички.

После этого, как сокутик и зритель перевернут 2 карточки, то

будут точно известно, где находятся 2 из 3 штук, а значит и последнее,

загадав сокутику однозначно определенное положение всех 3 штук,

в частности 1 и 2.

Пусть есть $n \geq 3$.

Если первым ходом сокутику выберет карточку 1 или 2, то он

не может получать никакой информации о расположении какой либо

другой карточки, т.к. сокутик и помощник в своей спичке не

всегда на ровном месте расположение карточек 1 и 2. Значит, теперь, когда

зритель откроет пакетик из $n-1$ карточки сокутику однозначно

определить, где лежат карточки 1 или 2 (оставшаяся). Задание, что если

в спичках фокусника для разных расположений

Задание, чтобы определить, где лежат 1 и 2 у сокутика и

помощника не должно быть 2 и более последовательностей из 2 штук, на

2 штук более штук с помехой: 6 которых стоят други и не две штуки,

но две, если сокутику выберет одно из них, а зрителю другие, то,

либо штук определить сразу последовательность или другой.

Значит, надо нужно присыпывать $n(n-1)$ последовательностей, где любая

последовательность, ли, помо згаси, какая это последовательность,

а зрителю, згаси, где лежат 1 и 2.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

10-21

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Покажем, как будем составлять эти последовательности примере
записанных чисел $n=4$ (бесконечн.-аналогично)

1234 2143 2314 2431

1423 3124 4213 3241

1342 4132 3412 4321

Каждые 2 не совпадают по 2 элементам, значит есть способ
по 2 элементам определить последовательность

Ответ: $n \geq 3$