

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

Заполнять заглавными печатными буквами по образцам

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 , -

1. Заполните поля «фамилия», «инициалы», «класс» на титульном листе, если они не заполнены.

ШИФР КОМПЛЕКТА
(заполняется оргкомитетом)

10 - 14

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

ДАТА ПРОВЕДЕНИЯ
(ДД.ММ.ГГГГ.)

ПЕРВЫЙ ДЕНЬ

0 5 . 0 2 . 2 0 2 1

ВТОРОЙ ДЕНЬ

0 6 . 0 2 . 2 0 2 1

ФАМИЛИЯ ТКАЧЕВ

ИНИЦИАЛЫ А . О .

КЛАСС, В КОТОРОМ ВЫ УЧИТЕСЬ (ЧИСЛО)

10

КЛАСС, ЗА КОТОРЫЙ ВЫ УЧАСТВУЕТЕ В ОЛИМПИАДЕ

10

2. ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО СТРАНИЦ (заполняется после второго дня,
титульный лист не считается):

7

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ (заполняется жюри)

Номера задач	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма баллов
Результат	7	7	5	-	-	7	7	7	-	-	40

Председатель жюри: И.С. Рубанов/

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-14

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 10.1.

Было спорено, в-ко начального л-ка = a, b, c ,

а п-ко начального л-ка = d, e, f , то,

в) в первую очередь покажи 3 пасочки одного из л-ка, а во вторую 3 пасочки из другого л-ка (\Rightarrow). из пасочек каждого из членов можно составить треугольники (по тел-ши)

в) в первую очередь покажи 2 пасочки из одного л-ка, а во 2 с один из другого, або (таки же можно показать это для пасочек), пускай I член состоящ из a, b, c ,

а второе из c, d, f , то: $a > b > d > c > e > f$

а) $d < e + f$ (из перв. в), $a > b$, $b > f \Rightarrow e + f < a + b \Rightarrow$

$$\boxed{d < a + b}$$

$a < b + c$ (из перв. в), $d > c \Rightarrow \boxed{a < b + d}$

аналог; $b < a + d \Rightarrow$ из I-ой группы можно составить 1.

б) $c < a + b$ и $d < e + f$ (из перв. в), $d > c \Rightarrow$

$$\Rightarrow c < d < e + f \quad (\boxed{c < e + f})$$

$e + f > a + b$ (из перв. в) $\Rightarrow c <$

если $a = b = d = 11$, $e = 8$, $f = 4$, $c = 2$, то



$8 + 4 > 11$, $8 + 11 > 4$, $11 + 4 > 8$
 $11 + 11 > 2$, $11 + 2 > 11$, $2 + 11 > 11$

$4 + 8 < 8$
 $4 + 4 < 8$
 $4 + 8 = 12$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-14

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

\Rightarrow Треугольник из трёх симметрических
получателей не образуется.

Ответ: из 3-х первых учителей - можно.

из 3-х второй учителя - нельзя.

10.2.

Будет $x < 0$, то x либо $y < 0$,
или нет различия между x и y , т.к.

нравенства симметр., т.к. $y < 0$, $x > 0$

$$+ \begin{cases} (x+y)(x-y)(x+y) > x \\ (x+y)(y-x)(x+y) > y \end{cases}$$

$$(x+y^2)(xy)(x-x+y-y) > x+y \\ x < -y \Rightarrow x < |y| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 < y^4 \Rightarrow \begin{cases} x^4 - y^4 < 0 \\ x^4 - y^4 > x \end{cases}$$

$$x^4 - y^4 + x < x^4 - y^4$$

$x < 0$ - противоречие
с ($x > 0$)

аналогично для $x < 0$, $y > 0$.

Ответ: нет, не может.

7

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-14

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 10. З.

$$a = \frac{6(3c-5)}{15} \quad | \text{ т.ч. } \quad a \in \mathbb{Z} \Rightarrow 6(3c-5) \mid 15 \quad | \rightarrow 6, 3 \mid \\ 3c-5 \equiv -5 \quad | \rightarrow (3c-5) \mid 3 \quad | \rightarrow 6 = 32, \text{zen}$$

то: из дат: $\begin{cases} 6 = \frac{k(3m-5)}{15} \\ 6 = 32 \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}$

$$32 = \frac{k(3m-5)}{15}$$

$$2 = \frac{k(3m-5)}{3^2 \cdot 5}, \quad (3m-5) \mid 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \mid 3^2$$

$\Gamma: k \mid 3^2 \cdot 5$ никогда

не делится на 3, а число соответст.

всегда: 3, то при возвышении

числа (состр. в: $3^n, n \in \mathbb{N} \Rightarrow$ КРАТНОУ?)

\Rightarrow в множестве \mathbb{Z} будет числа $= 3^n$,

$n \rightarrow \infty \Rightarrow$ множество бесконечное.

(таким образом остав член в: 3)

запись в: есть $k: 9$, запись k есть

$L: 3^3$ и т.д.).

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 10

шифр

10-14

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

10.6.

$$a + b = c, \quad a - \text{десетык}, \quad b - \text{десетык} \Rightarrow c$$

$\Rightarrow c$ максимум однозначный, минимум

10-ти дц.

т. c - десетык \Rightarrow всего цифр 30 на доске.

$$a = \overline{a_1 a_2 \dots a_{10}} \quad b = \overline{b_1 b_2 \dots b_{10}}$$

$$c = a + b = \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_{10}}}{\overline{b_1 b_2 \dots b_{10}}} \quad \text{путь все 30 цифр - пятерка,}$$

$$\frac{10}{9, \overline{c_1 c_2 \dots c_{10}}} \quad 10 \quad a_{10} + b_{10} = c_{10} + 10x, \quad x \in \{0, 1\}$$

$$c_{10} = \underbrace{a_{10} + b_{10}}_{\text{ст}} - \underbrace{10x}_{\text{ст}} \quad \underbrace{\text{ст}}_{\text{ст}}$$

$$c_{10} - \text{ст} \Rightarrow$$

\Rightarrow все 30 цифр ст. не могут \Rightarrow макс. 19.

в. c однозначный \Rightarrow всего 30 цифр на доске, однозначно рассуждал
арифметично (т) т.е. $a = \overline{a_1 a_2 \dots a_{10}}$

$$b = \overline{b_1 b_2 \dots b_{10}}$$

$$c = \overline{c_1 c_2 \dots c_{10}}$$

получаем, что находитс я хотя бы одна ст
цифра \Rightarrow максимум 30.

30 > 29 \Rightarrow 1 циф. макс параллель.

$$\begin{array}{r} 9999999999 \\ + 9999999999 \\ \hline 19999999999998 \end{array}$$

Ответ: макс. 30 не есть цифра.

7

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

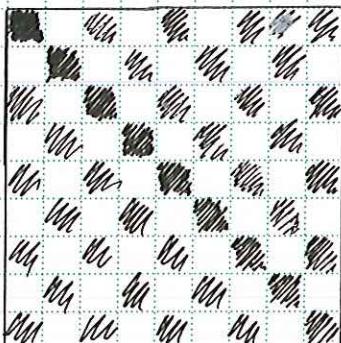
шифр

10-14

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 10. 3. Ответ: да, Обсерватория

Решение:



1) Были начали, к габище 9×9
шахматную раскраску.

2) Заметим, что при переходе
на соседнюю клетку, мы либо
пересекли (на стороне), либо переселим

на клетку другого цвета.

3) Разобьем писка от 1го в 3 группы:

$$A = 13n \quad B = 23n \quad C = 33n, \quad \text{где } A \neq B \neq C.$$

и $n \geq 0$.

4) Заметим, что два числа из одной группы отличаются
на 3, и если поделить на 3, то числа отн. на 3-соседи по строке.
 \Rightarrow от одного числа из одной группы можно

дойти до другого числа из той же группы,
двигаясь по клеткам по диагональям или горизонтально

на 1 клетку несколько раз (приводя через кистки, считав эти группы

т.к. группы всего 3, а число $\chi = 0$ тоже для

в 1-ых числах стоит числа из другой группы.

Рассмотрим путь от одного такого числа до другого по

клеткам, числа из этой же группы; в этих

клетки скакок \Rightarrow что совершил χ (перемещение (n, k)),

на каждом перемещении или либо $+3$ либо $-3 \Rightarrow$

\Rightarrow в этих группах одинаков ($\chi \in \{1, 2, 3\}$). В этих числах a_1, a_2 ,

$$a_1 = k + 3m, \quad a_2 = k + 3l \quad (m, l = 1, 2, 3) \quad |a_1 - a_2| = 3(m - l) \Rightarrow \text{разница} \geq (m-1) \cdot 2 = 6, \quad |a_1 - a_2| \geq 6,$$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

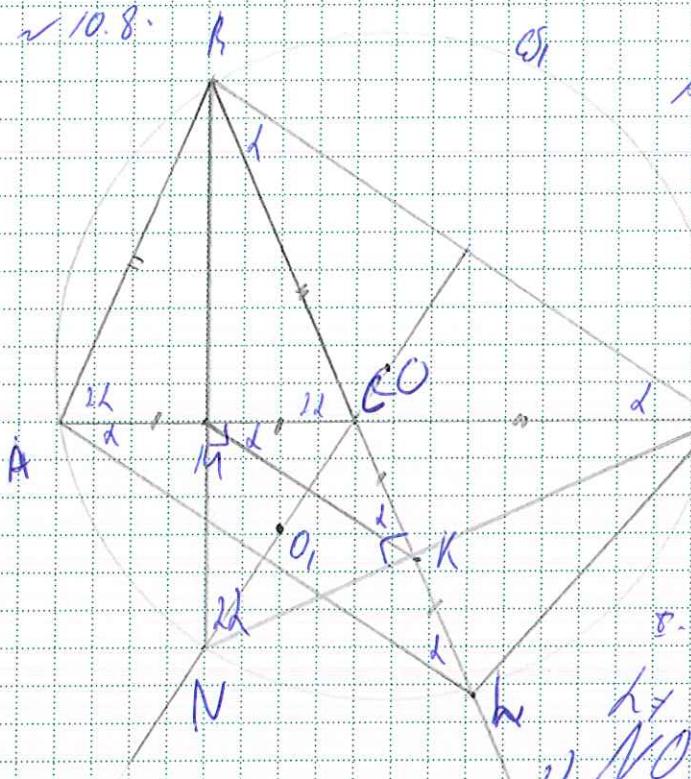
10

шифр

10-14

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 10.8.



Дано: O АКС,

$AB = BC$, M - сер. AC ,
 $D \in [AC]$, $DG \perp BC$, $DG \in [AG]$

$K \in EG$; $CK = CM$, $K \in [EG]$

$CJ(O, R) : A, B, D \in O$,

$D \in CJ(O, R)$; $M, C, K \in CJ$

$D = 0$. $CJ \cap CR = X$

D_{60} :

8.1) Доп. при $h \in EG$, $hK = CK$,

$h \perp C$.

2) $NO \perp BD$; $NO \cap CJ = N$.

метод доказательства

3) $\angle CBD = \angle CDB$ (по окн. равн.) \Rightarrow

$\angle CAB = \angle ACB = 2k$.

4) $\angle MKC = 180^\circ - k$ или $\angle MKC \in [SCA] \Rightarrow$ $\angle CMK = \angle CKM$ (из п. 3)

$\Rightarrow \angle CMK = \angle CKM = 2k$.

5) $\angle BKA = \angle BDA$ и они опр. на $AB \Rightarrow$ $X \in CJ$.

6) B, N, ND (по окн. опр. опр. об. сер. лр. к BD , а $NO +$

ND - ср. пр. к $BD \Rightarrow N$ равноудал от B и D)

7) $\angle BDA = \angle BDC$ (п. 6 и ND опр. на $ND = 2k \Rightarrow$ по опр.)

вместе $\angle BND = 2k$ (по опр. опр. и об. равноудал) $\Rightarrow NBD = \angle NDB$

$\Rightarrow \angle NBD + \angle BDN + \angle BND = 180^\circ \Rightarrow \angle BDN + 2k = 180^\circ \Rightarrow$

$\angle NBD = 90^\circ - k$ $BM \perp NO$ (по окн. об. равноудал) $\Rightarrow \angle CBM = 90^\circ - k$

$\Rightarrow 90^\circ - k = \angle BMN = \angle BMD \Rightarrow M \in BN$ \square

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

Математика

класс

10

шифр

10-14

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

8) акашашко (7): $ND \perp CL = K$

9) из (7) и (8) $\angle NMC + \angle NKC = 90^\circ \Rightarrow$ по отр. омк. 2-у

$\Rightarrow \odot_2$ описана около $NMCK$ с O_1 в NC .

10) $O_1O = R - r$ ($m(9) \cup (2)$) \Rightarrow по ч. нац. окр

\odot_1 нас. \odot_2

? Тоже ли?

7

Б