

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

Заполнять ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по образцам

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 , -

1. Заполните поля «фамилия», «инициалы», «класс» на титульном листе, если они не заполнены.

ШИФР КОМПЛЕКТА
(заполняется оргкомитетом)

10-10

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

ДАТА ПРОВЕДЕНИЯ
(ДД.ММ.ГГГГ.)

ПЕРВЫЙ ДЕНЬ

0 5 . 0 2 . 2 0 2 1

ВТОРОЙ ДЕНЬ

0 6 . 0 2 . 2 0 2 1

ФАМИЛИЯ ЯГОВКИН

Л . А .

КЛАСС, В КОТОРОМ ВЫ УЧИТЕСЬ (ЧИСЛО) 10

КЛАСС, ЗА КОТОРЫЙ ВЫ УЧАСТВУЕТЕ В ОЛИМПИАДЕ 10

2. ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО СТРАНИЦ (заполняется после второго дня,
титульный лист не считается):

10

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ (заполняется жюри)

Номера задач	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма баллов
Результат	7	7	7	0	7	7	7	7	7	-	56

Председатель жюри: И.С. Рубанов/

И.С. Рубанов

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-10

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№1

Пусть палочки имеют длины $a \geq b \geq c \geq d \geq e \geq f$.

Заметим, что для "из палочек длии $x \geq y \geq z$ можно составить треугольник" равносильно условию $x \geq y+z$, $x \leq y+z$ "
(короче предыдущее).

То-то в задаче мы будем использовать

а, значит $a \leq b+c$ каким-то другим палочкам

значит $a \leq b+c$, значит из a, b, c можно составить

треугольник. Но тогда из d, e, f же всегда можно

составить треугольник: палочки были длии

$4 \geq 4 \geq 3, 5 \geq 3 \geq 1 \geq 1$. Можно составить треугольник

из $4 \geq 4 \geq 1$ и $3, 5 \geq 3 \geq 1$; однако из $3 \geq 1 \geq 1$ нельзя

т.к. $3 > 1+1$.

№2

Пусть $x^4 \geq y^4 \Rightarrow y^4 - x^4 \leq 0 \Rightarrow y < 0$ или ~~или~~

Значит чтобы xy было < 0 x должно быть > 0 .

$x > 0, y < 0, x^4 \geq y^4 \Rightarrow |x| \geq |y| \Rightarrow x \geq -y \Rightarrow y \geq -x$ ~~противоречие~~.

Однако т.к. $x^4 - y^4 > x \Rightarrow y^4 - x^4 < -x \Rightarrow -x > y$

Ответ: не может.

7

№3

Пусть множество S -каком то. Возьмём число a ,

в котором есть хотя бы одна единица, то входит в наименьший

степени (если таких чисел несколько, то возьмём меньшее),
такое число из S назовём наименьшим в S).

Пусть это степень k , пусть $a = 3^k \cdot r$. Т.к. умножи

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

шифр

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

$$3^l \cdot r_a = \frac{8(3^k - 1)}{15} = \frac{8}{5} \cdot \frac{3^k - 1}{3}$$

т.к. $3^k - 1$ делится на 3, а r_a делит $\frac{8}{3}$ значит $3^k - 1$ делится на 3.

значит $3^k - 1$ делится на 3 в степени k ($k > 0$) а 8 в степени

$$q (q \geq 0), \quad 8 = 3^k \cdot r_1 \quad C = 3^k \cdot r_2$$

$$3^l \cdot r_a = 3^{k+q} \cdot \frac{r_1 \cdot 8 \cdot r_2}{5} = 3^{k+1} \cdot r_1 \cdot 8 = 3^{k+1} \cdot \left(\frac{r_1 \cdot 8 \cdot r_2}{5}\right)$$

\Rightarrow делится на 5, что означает что r_a делится на 5, значит

$$3^{k+1} \cdot \left(\frac{r_1 \cdot 8}{5}\right) \cdot r_2 \text{ - натуральное и делится на } 3 \text{ т.к. } r_2 \neq 1$$

значит $l = k + 1$, т.к. обеяя степень равна тройке

значит содержит в себе степень 3 , значит

$l < k$. Значит степени входят в 3^l в более высокой

а, противоречие с предположением утверждения.

н5

Ответ: Генер. Стартовая: Первый король берёт

диагональ. Теперь доска разделена на 2 треугольника. Заметим, что этот король может одновременно находить короля только на доске из под. Рядом селками в треугольнике находящиеся короли могут обмениваться:

В первом первая королиша селки будут короли стоять. В втором они находятся, а второй-король

	1	2	3	4
1	1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1			
2	1, 2, 2, 2, 3, 2			
3	1, 3, 2, 3			
4	1, 4			

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет Математика

класс 10

шифр

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

первой координатой будет menor диагонали, а второй menor стороны?

144
1333-3
1222-2
1133141-1
1 2 3 4

Теперь давайте диагональ

Что как бы мы сделали так, что всегда складывая
складывая в квадрате с теми же координатами в другом
треугольнике. Тутъ всякий складывая в треугольнике и в квадрате
запишем что же закраину складывая квадрат с одинаковой
первой координатой и складывая по разным сторонам.
Но можем складывать то же самое на соответстующей
закраине в треугольнике и т.д.

закраине с некоторой из четырех треугольников
складывая те квадраты вертикально с некоторыми
закраинами треугольников, а также ту же самую пачку

будет первым квадратом, т.к. до тех пор всему верху и праву
всех закраинных квадратов (одинаковых координат)

запишем из всех они закраину, то и у нас получатся
закраинки. Если же Вася спорит в ~~менее~~ в меньший
треугольник, то запишем что он закраину

квадратов от (x, y) до $(x+a, y-a)$. Запишем что

в меньшем треугольнике квадрат $(x, y), (x+1, y-1), \dots, (x+a, y-a)$

лежит на другой диагонали, значит мы можем так же
составить из закраин (запишем что любая координата
у квадратов и меньшего треугольника совпадает с соответствующими квадратами

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

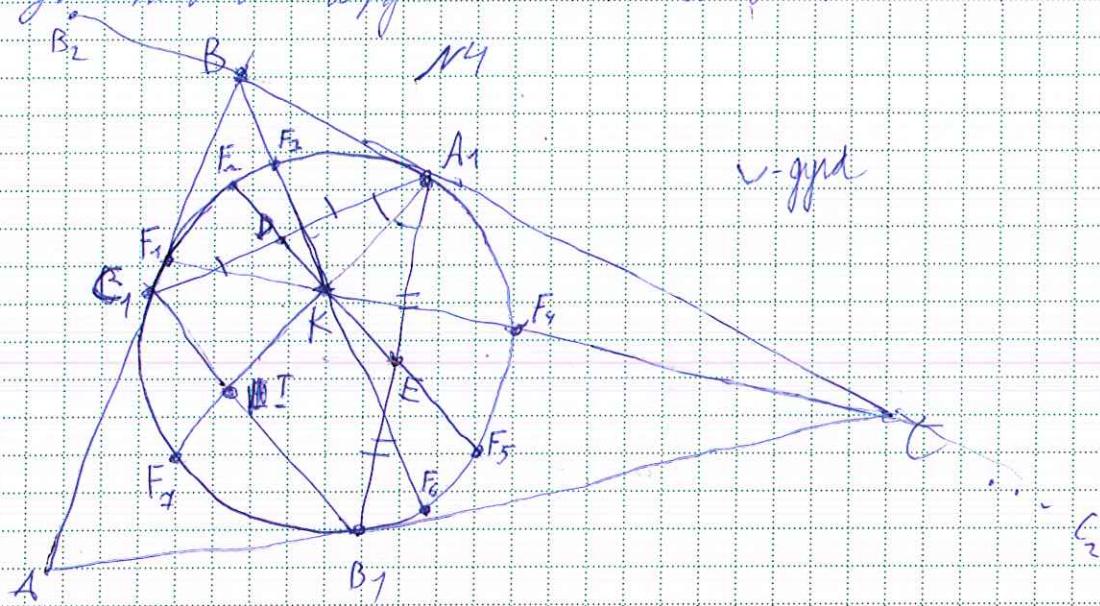
предмет Математика

класс 10

шифр

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

(*) Суммируем вначале то что есть в верхнем, а также для каскада $(x_1, y_1), (x_1, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ то будет сколько по той же причине что и в первом случае). Значит у Пети всегда есть путь, зная о нём что происходит. Известно что после многоугольника имеется путь в верхнем и нижнем полукругах заключенных в квадрате с одинаковыми коэффициентами (то есть начиная с конца)



Как я это док-т, что DF -кас. к окр. OKC \Leftrightarrow

$$\Leftrightarrow \angle F_4KF_5 = \angle BKC \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cup F_1F_2 + \cup F_4F_5) = \frac{1}{2}(\cup F_1F_5 + \cup F_4F_3 + \cup F_3F_6 - \cup A_1F_2) \Leftrightarrow F_1F_2 + \cup F_5F_6 = \cup A_1F_2 \Leftrightarrow A_1F_2 \Leftrightarrow \cup B_1F_6 + \cup C_1F_1 =$$

$$m_KDF \parallel B_1F_6 \\ \cup C_1F_2 = B_1F_5 \\ \Leftrightarrow \cup B_1F_6 + \cup A_1F_2 + \cup B_1F_5 =$$

$$= \cup A_1F_2 + \cup C_1F_1 + \cup C_1F_2 \Leftrightarrow \angle A_1KF_2 = \angle A_1KF_4 \Leftrightarrow KA_1\text{-бисектриса}$$

$B \Delta BKC$ или то что KA_1 -бисектриса $B_1B_2IC_2$, т.к. B_1 и C_2 -точки касательных. Так доказываем это я не знаю.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 10

шифр

10-10

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

16
Значит что в а+б максимум 11 учеников. Значит, что если а=а и в = ½ то $(a+b)/2$. Значит из а, в и а+в хотя бы 1 число четное. Ученик чисел последовательность чётная, значит что в них было четное другое чётное число. Число всего учеников $10+11=31$, значит максимум максимум 31-1=30; пример: 111.1111111+999.999.999=111111110

7

17

Значит, что т.к. числа от 1 до 1000000 на 163 слова в последовательности, то в последовательности 1, 4, 7, ..., 79 любые два соседних

2, 5, 8, ..., 80
3, 6, 9, ..., 81.

Числа стоят редом \Rightarrow могут быть из этих последовательностей можно пройти от начала до конца последовательности соседними квадратами. Т.к. число 4, а разн. 3,

то из квадратов длиной есть одна из содержащих хотя бы 2 одинаковые квадраты. Рассмотрим ее.

Следует, что разница между числами всегда одна квадратная единица: 3, также очевидно, что если

мы покрасим доску 9x9 в симметричную раскраску, то эти квадраты будут другого цвета; также очевидно,

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

математика

класс

10

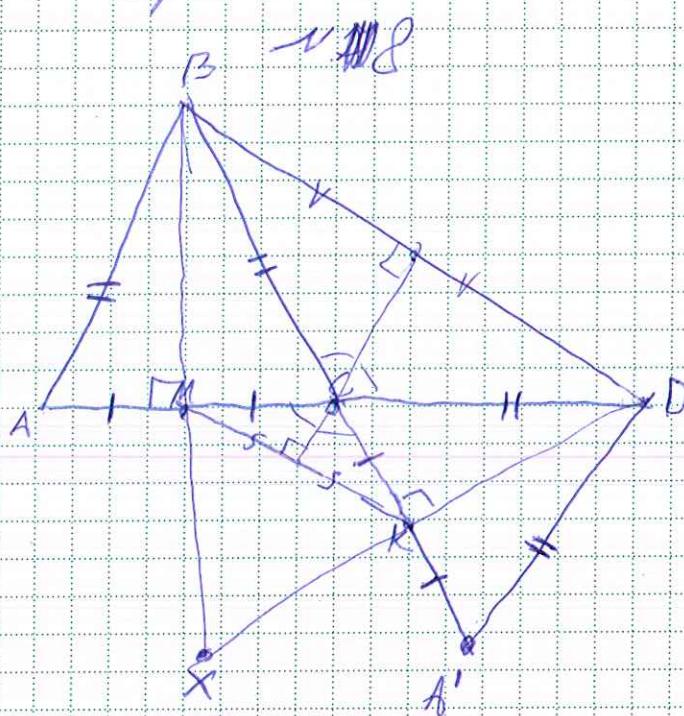
шифр

10-10

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Чтобы я знал шире и мелко последовательности цифр
которые можно писать, как и её погрешность, значит
кажды цифры одного изображения будут чётными \Rightarrow
 \Rightarrow разделять цифры на 2

Ответ: Верно



Заметим, что центр окр. ABD лежит на середине BD ,
значит A' симметрична A относительно BD лежит
на окр. ABD . Поэтому заметим, что т.к.

? Правда?

$CB = CD \Rightarrow$ середина $BD =$ бис. $BCD =$ бис. $MK \Rightarrow$ очевидно
 $MC = MK \Rightarrow$
что $A' \in$ прямой BC и $CA = CA'$. Означает
 $DA' = BA$

$X = BM \cap DK$. Заметим, что т.к. ABC и $A'C'$ равны \Rightarrow
($BM \perp DK$ т.к. $AC \perp CL$, $BM \perp AC$, $DK \perp CL$)

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 10

шифр

10-10

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

$$\Rightarrow \angle CMX = \angle CKX = 90^\circ \Rightarrow X \in \text{окр. } CMK$$

$$\angle MXK = 180^\circ - \angle MKX \Rightarrow \angle ACB = \angle LAB \Rightarrow$$

$\Rightarrow X \in \text{окр. } ABD$ ~~Решение чётко, но не в рамках задания~~

хорошо

Значит, что X лежит на окр. MK , как и
в центре окр. MK , как и центр окр. $ABD \Rightarrow$

окр. MK и ABD не совпадают. Они лежат
но совпадают, значит они конгруэнтны.

19

След: для любой n Пусть доказано и доказано
заранее составим систему последовательностей

из n чисел. ~~Всего~~ В ней будем $n(n-1)$

последовательность, и для любой двух последовательностей
которыечаты числа 1 и 2 не будут совпадать а также

для любой двух последовательностей одна из

пар из i -го и k -го чисел не будут совпадать
(то есть не могут быть двух последовательностей

которыечаты 2 1 4 3 т.к. в них совпадет

2 4 1 3

пара чисел из i -го и k -го места). Как же мы их построим

такую систему? Ясно, с последовательностью

на 1 и 2 на 1 составим под. 1 2 3 4 ... n

1, n, 2, 3, ..., n-1

1, 3, 4, 5, ..., 2

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 10

шифр

10-10

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Номер это есть просто $n-1$ раз сдвигнуть первое число на $2, 3, \dots, n$ на 1 вправо, оставив первое число неизменным.
Заметим, что в них не повторяется еще одна пара чисел
на четвертой строке, т.к. на них можно комбинировать
числа только $n-1$ разу.

теперь на $2(2, 1, 3, 4, \dots, n)$ то есть мы имеем

$(2^1, 1, 3, \dots, n-1)$

и

$(2^1, 3, 4, 5, \dots, 1)$

сдвиг на заменил 2 на 1. Число на четвертой строке
не сдвигнуто по той же причине.

Теперь для ~~для~~ сдвигов начиная с $i=1$ все
составлены последовательность, где на i -м месте i ,

на $2-i$ -м месте 1 , а на $i+1$ -м -2 , а на

всех оставшихся числа от 3 до n без i по

порядку ~~записаны~~ и точно так же $n-1$ раз

будут сдвигать все числа кроме i на 1 вправо.

Такие числа не сдвигают по той же причине, что и
первые. Заметим, что для каждого из n

воздвижения первое число мы составили $n-1$

последовательность, всего $n(n-1)$. Давайте теперь

помнить, как это называется. Тогда заметим

как это называется 1 и 2. ~~записаны~~ Если 1 на

их месте, то где будет находиться 2 среди

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-10

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Решим последовательности начинаящиеся от 1 есть такой, у которой подряд идущие 1 и 2 стоят с выбранным зрителем. Давайте разложим сама, что касается 1 и 2. Так как они стоят в этой последовательности. Тогда они стоят в
образе если 2 стоит на 1-й месте. Но что если 1 и 2 стоят не на 1-й месте? Тогда давайте
посмотрим сколько раз между ними что такое
общее расположение? Это то, сколько раз между
свободных 3-х ячеек, чтобы из 1 попасть в 2, при
том что из 1-го места мы попадаем
во 2-е. Триумф: $3+4+5+2 = \cancel{6+7+8} + 2$
 $4+2+3+3 = \cancel{1+2+3+4} + 3$

Зададим, что общее расположение есть $n+1$ и
не на 1-й месте всегда ≥ 1 и $\leq n-2$. Тогда
в нашем случае это $= k$. Тогда расположим выше
последовательности начинаящиеся на $k+2$. Утверждаем,
что среди них есть такой, в которой подряд идущие
1 и 2 стоят с зрителем. Решим следующим:
В первом ряду, на $k+2$ расположим то наименее горячую
всегда $\neq k$, ибо и в это есть $n-1$ варианта
расположения 1-го на первом месте (если оно горячее
однозначно) и все эти $n-1$ вариантов у них есть

Как Рашид
исследовал

1 2 3 4 5 6 ...

2 1 3 4 5 6 ...

Если Рашид
даже картами
5 и 6?

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

10

шифр

10-10

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Зададим чмн x_1 и x_2 зрителей не поставлен
и из 2, мы можем расставить карточки так, чтобы
получились друг из иных последовательностей, что
дальше, пусть рокурник выстрелят 1ю карту
зрителей вскрапленную случайную к то. Но мы
можем построить систему, для которой к,
второе число на 1го ик-и чмн не совпадают и для
каких звуков последовательности, а зрителем
будет первое число и чмн другого рокурника
мы можем получить, что эти же последовательности
однозначно и указать на чмн, че они из 1 и 2!

ЧП