

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

Заполнять ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по образцам

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ъ Э Ю Я | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | , | - |

1. Заполните поля «фамилия», «инициалы», «класс» на титульном листе, если они не заполнены.

ШИФР КОМПЛЕКТА
(заполняется оргкомитетом)

11-09

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

ДАТА ПРОВЕДЕНИЯ
(ДД.ММ.ГГГГ.)

ПЕРВЫЙ ДЕНЬ

05 . 02 . 2021

ВТОРОЙ ДЕНЬ

06 . 02 . 2021

ФАМИЛИЯ

ОЖЕГОВА

ИНИЦИАЛЫ

M . A .

КЛАСС, В КОТОРОМ ВЫ УЧИТЕСЬ (ЧИСЛО)

11

КЛАСС, ЗА КОТОРЫЙ ВЫ УЧАСТВУЕТЕ В ОЛИМПИАДЕ

11

2. ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО СТРАНИЦ (заполняется после второго дня,
титульный лист не считается):

16

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ (заполняется жюри)

Номера задач	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма баллов
Результат	7	6	7	7	0	7	7	7	1	0	49

Председатель жюри: Ноу /И.С. Рубанов/

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

№ 11.1

Пусть число, о котором ведётся речь, это A . Остаток при делении на 40 и при делении на 625 равен b . Тогда $(A-b):40, (A-b):625 \Rightarrow (A^2-b)^2 : 5000$. НОК(40, 625) = $2^3 \cdot 5^4 = 5000 \Rightarrow (A-b):5000 \Rightarrow \frac{A-b}{1000} : 5$.

Значит, по принципу делительности на 5, последнее четырёхзначное число $\frac{A-b}{1000}$ равна 0 или 5. Значит четвёртая с конца цифра числа $(A-b)$ равна 0 или 5 (это и есть разряд тысяч).

При этом число b удовлетворяет: $0 \leq b \leq 39$,

т.к. b - остаток при делении на 40. Значит, если прибавить к числу $(A-b)$ число b , то поменяются только разряд десятков и разряд единиц. В разряде тысяч всё также будет 0 или 5.

Пример: $1005000 \geq 1000000, 1005000 \equiv 0$,

$1005000 \equiv 0$ (на 5)

$2000000 \geq 1000000, 2000000 \equiv 0, 2000000 \equiv 0$ (на 5)

(на 0)

Ответ: 0 или 5.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

11.2 *Будут ли одинаковы оба выражения: $x^4 - y^4 > x$ и $y^4 - x^4 > y$?*

$$x^4 - y^4 > x$$

$$y^4 - x^4 > y$$

$$x = y?$$

$0 > x+y \Rightarrow x+y$ отрицательно, значит $y < 0$ т.к. оно

меньше x) *тогда* отрицательно. Докажем, что $x < 0$.

Пусть это не так, *тогда* $|x| < |y|$, ведь $x+y < 0$.

Тогда $x^4 < y^4$. *Тогда* $x^4 - y^4 < 0 \leq x \Rightarrow x > x^4 - y^4$.

Противоречие. Значит $x < 0$. *Пример* Приведи

$$x = -0,4, y = -0,5$$

$$(-0,4)^4 - (-0,5)^4 = -0,369 > -0,4 \quad \text{Верно.}$$

$$(-0,5)^4 - (-0,4)^4 = 0,369 > -0,5 \quad \text{Верно.}$$

Итак, в *этих* модах случаи $x < 0$ и $y < 0$

Два отрицательных числа дают в произведении положительное \Rightarrow знак $+$.

Ответ: $+$.

(11.3)

По трем точкам однозначно определяется парабола.

(Если бы это было не так, то можно найти

2 параболы, имеющие 3 точки пересечения. Пусть

их уравнение имеют вид $a_1x^2 + b_1x + c_1$ и $a_2x^2 + b_2x + c_2$

Восчитав из одного другое, получится $(a_1 - a_2)x^2 +$

$+ (b_1 - b_2)x + (c_1 - c_2)$ — уравнение *одинакового* квадратичного,

степень которой не выше второй. И у неё 3 корня.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Такое бывает, только если это прямая, ~~тогда~~ $y=0$.

Но тогда мы получим однократное трехчлен.

(Противоположение)

В доказательстве выше мы использовали разность трехчленов. Используем её ещё раз, чтобы показать, когда у трехчленов 1 точка пересечения (либо касание).

Если получается трехчлен, т.е.] $a_1, a_2 \neq 0$, то 1 корень возможен, если ^{исходные} трехчлены ^{касаются} в ^{вершине} параболы.

Если получилась линейная функция ($ax + b$), то корень будет 1. Единственный, при этом $a_1 = a_2$,

т.е. спроектируя параболу однократные корни получают вид $\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, вершина параболы

находится в тоже $(-\frac{b}{2a}; -)$ (т.е. вторичные равенства от вершины) \Rightarrow Вершина координат

вершина параболы оси абсцисс цепче или получение и принимают значение от 0,5 до 99,5. Т.е. подкодречных значений 99 целых + 100 полу-

целых = 199 штук.

Расстояние между точками - корнями зависит

от дискриминанта, как видно из формулы:

$$\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, D = b^2 - 4ac.$$

$$-1 = a \left(-\frac{b}{2a} \right)^2 + b \left(-\frac{b}{2a} \right) + c \Leftrightarrow c = \frac{b^2}{4a} - 1 \Rightarrow$$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

$D = b^2 - 4a \left(\frac{b^2}{4a} - 1 \right) = 4a \Rightarrow$ Дискриминант зависит только от a . Получается, что при разных a , расстояние между точками - корнями будет различно. Верно и обратное.
 2) Если трёхугольник касается в вершине параллелей, то у них только 1 точка пересечения. (Если одна бы ещё ~~была~~ вторая, то из симметрии получилось бы, что есть и третья) В первом пункте или поменяй, что вероятность значений координат по оси x 199. А у нас 200 трехугольников \Rightarrow по крайней мере найдутся 2 таких числа, вершины которых имеют одинаковые координаты.

Рассмотрим возможные расстояния между корнями: они могут быть от 1 до 100, всего их 100 штук. При этом параллель, касающиеся между корнями которых равно 100 имеет быть только одна. Отлось $200 - 1 = 199$ параллелей и 99 расстояний. Равной параллели будем называть 2 параллели, у которых равных расстояния между корнями есть какое-либо количество параллелей, касающихся между корнями которых нет.

Из теоремы Турана следует, что количество параллелей, касающихся между корнями которых нет, не может превышать $\frac{1}{2} \cdot 199 = 99$.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс

и

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

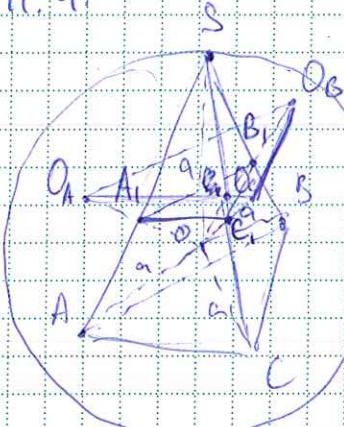
и проведении всех ребер между точками. Если теперь брать ^{одинаковый} график, в котором каждая вершина имеет
6 ребер на месте любого ребра, которое было
иметь ничего нет и на месте, где есть одно
ребро, теперь стоит ребра, то получится минимальное количество ребер при расположении
нескольких вершин в несколько точек. В
найти случае 199 вершин, 99 точек, примерно
равно - это 98 групп с 2-мя вершинами
и 1 группа с 3-мя вершинами Ребер
всего получится $98 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 101$. Т.е.
получится $\sqrt{101}$ пары параллелей, у которых 1
точка пересечения. Вспоминаем про ту пару
параллелей, у которых оба ребра вершинам.
когда (У этих 2-х параллелей будет а,
иначе они бы совпадали). $101 + 1 = 102$ - хотели
бы сколько пар параллелей имеет только
1 общую точку. Осталось пары иметь
максимум 2 общие точки.
Тогда максимум таких будет $102 \cdot 1 + 19900$
~~102~~ $102 \cdot 1 + (19900 - 102) \cdot 2 = 102 + 15798 \cdot 2 = 102 +$
 $+ 30596 = 39698$. $39698 < 39699 \Rightarrow$ не мог. +
Ответ: не мог.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА класс 11. шифр 11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

11.4.



O -центр сферы. Радиус a .

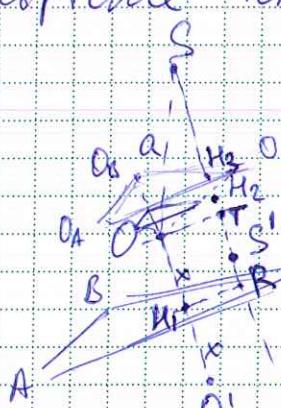
Отметим точки O_A, O_B и O_C -
центры симметричных сфер.

$O_A = O_B = O_C = O \Rightarrow$ точка O

отдалась от центрин отрезков

O_A, O_B, O_C . Эти центрин образа-
ции $A_1, B_1, C_1, A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1$ - средние линии
 $\triangle OOA_1B_1, \triangle OOB_1C_1, \triangle OOC_1A_1$. Они параллельны
сторонам O_AO_K, O_KO_C, O_CO_A . Значит и прое-
кты $A_1, B_1, C_1, O_AO_BO_C$ - параллельны. По тем
же соображениям \Rightarrow плоскость A, B, C , парал-
лельна плоскости $A_1B_1C_1$. \Rightarrow Плоскость ABC

параллельна плоскости $O_AO_BO_C$. Оставим на
изображение только плоскости и точки O и S :



O' -центр четвертой сферы

Заметим, что сферы

с центрами O_A, O_B и O_C пере-
секаются в точке S . Действи-

тельно, $OS = O_A S = O_B S = O_C S$. Из си-

метрии, сферы пересекаются еще

и в точке, симметричной S относительно

плоскости центров, то есть плоскости $O_AO_BO_C$.

Находим эту точку S' . Докажем, что $O'S' = a$.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Для этого будет достаточно показать, что $SS' = OO'$ (ведь тогда $OSS'O'$ - параллелограмм, т.к. $OO' \parallel SS'$ и $OO' = SS'$, $\Rightarrow OS$ будет равно $O'S'$!).

Таким образом O, O', S, S' лежат в 1 плоскости (ведь $SS' \parallel OO'$).

OK_1, SR, SK_3, SK_2 - перпендикуляры на плоскость.

ABC из г. O , $A'BC$ из г. S , OK_1O_1 из г. S ,

$A'_1B'_1C'_1$ из г. S соответственно $OK_1 = K_1O_1$, $SK_2 = K_2R$

$SK_3 = K_3S'$, $OK_1 = TR$.

$$K_3K_2 = K_2T$$

Все эти равенства вытекают либо из того, что

такие симметричные либо из того, что некоторое

параллельные плоскости образуют "срединные" пересечения (по аналогии со средними линиями)

в параллелограммах.

$$K_2R = K_2T + TR = K_2T + x$$

$$SK_2 = K_2R = K_2T + x \quad | \Rightarrow SK_2 = K_2K_3 + x \quad | \Rightarrow SK_2 = x.$$

$$K_2T = K_3K_2$$

$$SK_2 = SK_3 + K_3K_2$$

$$SS' = SK_3 + K_3S' = 2SK_3 = 2x \quad | \Rightarrow OO' = SS' \Rightarrow$$

$$OO' = OK_1 + K_1O_1 = 2OK_1 = 2x$$

$OS = O'S' \Rightarrow$ все четыре срединные линии обобщую формулу $2x$.

+

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11.

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

11.5.

Приведем пример, который будет показывать, что при $k \leq 50$ можно гарантированно найти дом Знайки. Кримо расположения улицы и линеек лесенкой, как показано на рисунке 1, только на доске 99×99 .

P	A	L	A	R	R	Z
P	R	L	L	R	R	
P	P	P	L	L	R	
P	P	P	R	L	L	
L	P	P	P	R	L	
L	A	P	P	P	R	
A	L	P	P	P	R	
A	A	L	L	R	R	
P	R	A	A	L	R	
Z	P	R	L	L	R	

рис. 1.

Если все линейки будут повернуты
расстояние до первого неизвестного
линейки, то будет возможно как
минимум 2 варианта (они
представлены на рис 1 и рис 2)

Докажем, что при $k = 51$
можно гарантированно найти
дом Знайки. Допустим, что так
сделать нельзя. Тогда есть хотя
бы 2 дома, где может жить Знайка.

Это значит, что хотя бы $51 \cdot 99$ гравий
скажут расстояние от своего дома, до
первого возможного дома Знайки и
хотя бы $51 \cdot 99$ гравий - до второго возмож-
ного дома Знайки. Всего у нас $99 \cdot 99$
моделей. Значит хотя бы $(51 \cdot 99 + 51 \cdot 99 -$
 $- 99 \cdot 99)$ моделей совпадает расстояние от
своего дома до 2 возможных домов Знайки.

P	P	P	L	L	A
A	P	P	P	R	L
L	A	P	P	P	R
L	A	P	P	P	R
P	A	L	L	R	R
P	R	A	A	L	R
Z	P	R	L	L	R

рис. 2.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

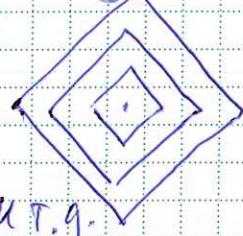
шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

$$51 \cdot 99 + 51 \cdot 99 - 99 \cdot 99 = 292$$

Помогите на какой-то доске в начальной
школе его облегчили, в которых доска будет
равноделена от исходного:



То есть где 2-го возможных

существует как минимум 297

досок, которые делат на тре-
тииах двух равных квадратов,

6 чётре этих квадратов - возможные досок

Знаем. Пусть расстояние между 2-ми
возможными квадратами x . Тогда
радиус $\frac{x}{2}$ квадратов будут равни $\frac{x^2}{2}$.

Наибольшее кол-во клеток, которые могут
присоединять сразу 2-им этим квадра-
там сразу равно двум строкам квадрата,

t.e $(\frac{x}{2}+1)$. x может быть максимум

$98+98 \Rightarrow \frac{x}{2}$ максимум 98 $\Rightarrow \frac{x}{2}+1$ макс-
имум 99. $297 > 99 \Rightarrow$ ~~такого быть не может~~

при $K=51$ доски определен однозначно

Ответ: $K=51$.

11.4.

11.1.

запись об
равноделении
от той же
же школы
 $45^2 + 99^2 > 99 \cdot 3$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

(11.6) Покраем доску шахматной раскраской, учит при этом черные
Возьмем 3 последовательности:

1, 4, ... 879

2, 5, ... 80

3, 6, ... 81

Все они устроены так, что разница между
средними ^{числами} равна 3. Это значит, что каждая
из последовательностей должна расположаться
на доске непрерывной линией^ю. Значит, если
1, например, черного цвета, то 4 - белого, 7 -
черного ... 29 - черного.

Всего клеток на доске 81: 41 это черных и 40
белых.

В каждой ^{из трех} последовательности 27 это элементов,
то есть нечетное число \Rightarrow с какого цвета
последовательность начинается, на таком
и заканчивается. При этих числа, имеющих
одинаковый остаток при делении на 6:

1, 7, 13 ... 79; ~~одинаковы~~ 4, 10, 16 ... 76; 2, 8, 14, ...
80; 5, 11, 17 ... 77; 3, 9, 15 ... 81; 6, 12 ... 78

имеют одинаковый цвет. Из этих 6 подпосле-
довательностей 3 черные подпоследовательности
и 3 белые. Т.к. у каждого клеток 4, то, по пр.
Дирихле, 2 числа из одной черной подпоследова-

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

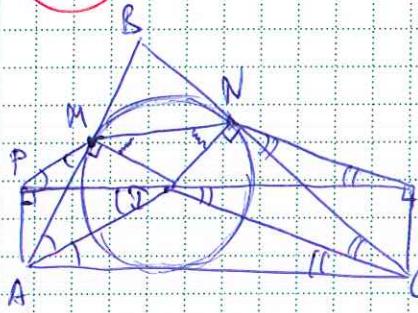
11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Число градусов отсчета 6 угла. Тогда их
jumlahсть должна : 6.

Ответ: бурно.

11.7



$\angle AMI = \angle INC = 90^\circ$ (угол между
касательной и радиусом, опущ.

на неё)

$\angle API = \angle AMI$

$\angle INC = \angle IQC \Rightarrow API \sim INC$

вписанные углы-дополн. Уголами \Rightarrow

$\angle MPI = \angle MAI$, $\angle NCI = \angle NCI$

Из того, что I - центр вписанной окр:

$\angle MAI = \angle IAC$, $\angle NCI = \angle ICA$

$\angle PIA = \angle IAC$

$\angle ICA = \angle QIC$

(как напротив лежат)

$\angle PMA = \angle PIA = \angle IAC = \angle MAI$

$\angle QNC = \angle QIC = \angle ICA = \angle NCI$

7

$\angle MLI = \angle INI =$ радиус окр. $\Rightarrow \angle IMN = \angle INM$

$\angle PMN + \angle PQN = \angle PMA + \angle AMI + \angle IMN + \angle IQN =$

$= \angle MPI + \angle INC + \angle INM + \angle QNC = (\angle MPQ + \angle MNQ)$ *так*

$\angle PMN + \angle PQN + \angle MPQ + \angle MNQ = 360^\circ \Rightarrow$

$\angle PMN + \angle PQN = \angle MPQ + \angle MNQ$

$\Rightarrow \angle PMN + \angle PQN = \angle MPQ + \angle MNQ = 180^\circ \Rightarrow$

PMNQ - вписанный

Уг

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

11.8

Покажем, что в хорошем слове может быть $2n+3$ букв. Подходит такое слово:

$$\underbrace{a_1 a_2 \dots a_n}_{n} \underbrace{a_1 a_2 \dots a_n}_{n} a_{n+1}$$

Докажем, что это подходит: пусть не подходит \Rightarrow оно не хорошее \Rightarrow можно оставить

чтобы такое, что последовательность имеет вид
букс. Тогда, есть или в них с ~~также~~ не a_i .

Число символично \Rightarrow без ограничения обусловлено $b \neq a_i$. Тогда $b = a_x$.

$$\underbrace{a_1 a_2 \dots a_n}_{n} a_1 \dots a_x \dots a_n a_1$$

или дополнит загеркнуто как минимум всё, что загеркнуто на рисунке Но тогда после второго a_x двух одинаковых букв больше не будет \Rightarrow получено противоречие \Rightarrow число, приведенное в примере, подходит.

Доказем: докажем, что слово, в котором $2n+2$ букв или больше, тоже будет ~~не~~ не хорошим.

Например. Докажем, т.к. у нас $2n+2$ букв, а различных всего n , будет ^{буква} ~~хотя бы~~, которое встречается хотя бы 3 раза. Наиболее это a_i . Пусть найдется ^{еще} какое-то a_j , которое встречается хотя бы 3 раза. Покажем, что тогда ~~это~~ слово не

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

Будет хороший.

$\underbrace{\dots a_1 \dots}_1$ $\underbrace{a_1 \dots a_1 \dots}_2$

1 группа

2 группа

По пр. Дирхле хотят дн 2 групп. a_2 помогут б

одну из групп. Если ~~все~~ они попали б 1
группу, то можно оставить последовательность

букв $a_2 a_2 a_1 a_1$, если во 2 группу, то можно
оставить последовательность $a_1 a_1 a_2 a_2$.

Значит ~~так~~ никакой шанс a_2 , которого бы
встречалось хотя бы 3 раза не найдется.

Значит a_1 встречается хотя бы 4 раза,
а каждая буква $a_2 \dots a_n$ - не больше, чем

по 2 раза. Пусть x таких букв встречается

~~встречается~~ по 2 раза, $(n-x)$ букв -

по одному разу (если какие-то буквы

не встречаются вообще, то можно добавить

их хотя бы по 1 итак к шансу и кол-во

букв в нем точно увеличится). а, тогда

должно встречаться хотя бы $2n+2-2x-$

$= (n-x+1)$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$- a_1 \dots a_1 \dots a_1 \dots - a_n \dots a_1 \dots a_1 \dots$

Промежутков между a_1 будет $n-x+3-1 = (n-x+2)$

шанс. Чтобы такое было хорошими, нельзя ставить
никакую из парных букв в отрывок промежутки.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

~~Одног Несложных промежутков~~ Ведь если какую-то из парных букв туда поставишь, то, если второе парное ей буква стоит слева, то справа найдутся 2 буквы а, если второе парное ей буква стоит справа, то слева найдутся 2 буквы а.

~~Несложных промежутков~~ \Rightarrow Одног

 $n-x+2-2 = (n-x) \Rightarrow$ Потребуется хотя бы $(n-x)$ парных букв, а их всего $(n-x-1)$ штук. Значит в корочем же это не может быть $(2n+2)$ букв или больше.

+

№ 9

Рассмотрим многочлен $P(x^{1000} + 1)$.

$$(x^{1000} + 1)^{10^5} + k_1(x^{1000} + 1)^{10^5-1} + k_2(x^{1000} + 1)^{10^5-2} + \dots + k_{10^5}$$

Все это выражение при $x \neq 0$:

$$\begin{aligned} & \frac{1000 \cdot 10^5}{999 \cdot 10^5} \cdot \frac{10^5 \cdot 1000}{(10^5-1) \cdot 10000} \cdot \frac{(10^5-2) \cdot 1000}{\vdots} \\ & \quad \vdots \\ & \quad (10^5 - (10^5-1)) \cdot 1000 \end{aligned}$$

18

ибо

$$6(x^{1000} + 1)^{10^5} \leq x^{10^5 \cdot 1000} + 1$$

Тогда у многочлена $P(x)^{1000}$:

$$(x^{10^5} + k_1 x^{10^5-1} + k_2 x^{10^5-2} + \dots + k_{10^5})^{1000}$$

степень должна быть такими же (конечно, не все будут

такими же, но тем больше таких степеней будет сконцентрированы — там много)

видно, что если после степени $10^5 \cdot 1000$ должна

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет

МАТЕМАТИКА

класс

11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

и при среду степень $(10^5 - 1) \cdot 1000$, то первое члены-
ко K_1 -тих должны быть нулеми; первое
не нулевое K_1 -тое - это K_{1000} . Т.к.

$10^5 \cdot 999 + 10^5 - 1000 = (10^5 - 1) \cdot 1000$. Аналогично,
все K_i , где $i \neq 1000$ должны быть нулеми

Переобозначим K_i за $\underline{K_i}_{1000}$. ⊕

Тогда многочлены будут такими:

$$(x^{1000} + 1)^{10^5} + K_1(x^{1000} + 1)^{10^5 - 1000} + K_2(x^{1000} + 1)^{10^5 - 2000} + \dots$$

и

$$(x^{10^5} + K_1 x^{10^5 - 1000} + K_2 x^{10^5 - 2000} + \dots)^{1000}$$

Переобозначим $x^{1000} = m^{10^3 \cdot 99}$

$$(m^{\frac{10^5 \cdot 100}{10^3 \cdot 100}} + (m+1)^{\frac{10^5 \cdot 100}{10^3 \cdot 100}} + (m+1)^{\frac{10^5 \cdot 99}{10^3 \cdot 99}} + \dots + K_{1000})$$

$$(m^{100} + K_1 m^{99} + K_2 m^{98} + \dots + K_{100})$$

Подбирая коэффициенты купим образи*

таким образом что m в степени от 10^5

то m в степени $10^5 - 100$ будут сокращаться.

$$10^5 - 100 = 99900. \text{ Степени } 10^5 - 101 \text{ и меньше сокра-} \\ m^{99900} = x^{99900000} \quad \text{щавшие не будут}$$

тогда многочлен будет

один степень $\underline{99900000}$.

$$m^{10^5 - 101} = m^{99899} = x^{9989900}$$

* Купим образи - это так: скажем состав-

ляем уравнение где K_1 : $m^{10^5 - 1} \cdot 10^5 = m^{10^5 - 1} \cdot k_1 \cdot 100$

$$\Rightarrow K_1 = 100; \text{ теперь где } K_2: m^{10^5 - 2} \cdot C_{10^5}^2 = m^{10^5 - 2}.$$

$$\cdot (C_{1000}^2 K_1 + C_{1000} K_2) \Rightarrow \underline{108000 \cdot 99900} = \underline{\frac{1000 \cdot 999}{2}} \cdot 100^2 + 1000 K_2 \Rightarrow$$

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
КИРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

предмет МАТЕМАТИКА

класс 11

шифр

11-09

Пишите аккуратно и разборчиво, не пишите вне рамки. Не забывайте указывать номер задания, которое Вы выполняете.

$$K_2 = 4550 \text{ и } 59.$$

Ответ: ~~наименьшее возможное значение многочлена~~
9989900.

11.50

$$xyz = c$$

$$\hookrightarrow \left(x + \frac{1}{yz}\right) \left(y + \frac{1}{xz}\right) \left(z + \frac{1}{xy}\right) = \frac{c+1}{yz} \cdot \frac{c+1}{xz} \cdot \frac{c+1}{xy} = \frac{(c+1)^3}{c^2}$$

$$x+y+z = K$$

$$K \hookrightarrow x + \frac{1}{yz} + y + \frac{1}{xz} + z + \frac{1}{xy} = K + \frac{K}{c^2} = K \left(\frac{c^2+1}{c^2} \right)$$

Рассмотрим число $\frac{K}{c}$, и то, как оно меняется

$$\frac{K}{c} \rightarrow \frac{K \left(\frac{c^2+1}{c^2} \right)}{\left(c+1 \right)^3} = \frac{K(c^2+1)}{(c+1)^3}$$

$$(c+1)^3 = c^3 + 3c^2 + 3c + 1$$

$$\text{также } c(c^2+1) < c^3 + 3c^2 + 3c + 1 \quad (c > 0).$$

Значит число $\frac{K}{c}$ будет постепенно уменьшаться. Пусть число z_i было уменьшено, а потому x_{i+1} стало меньше.

$$x_{i+1} + z_i > x_i + (z_i + 1)$$

$$x_i y_i z_i > x_i y_i (z_i + 1)$$

$$(x_i + y_i + z_i) x_i y_i z_i > (x_i + y_i + z_i + 1) x_i y_i z_i$$

$$\frac{x_i y_i z_i}{x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}} < \frac{x_{i+1} + y_{i+1} + z_{i+1}}{x_i y_i z_i}$$

$$\frac{x_i y_i z_i}{x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}} < 1$$

А почему же не может быть такие числа?

Пусть на доске не перечислены посвященные этому числу.

Число x_{i+1} не является самим уменьшением. Пусть таких чисел z_i , что они не