

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2023/24 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 5 КЛАССА

1. У Игоря было 8 листов бумаги. Каждый из них он разрезал либо на 2 части, либо на 3 части. Всего у него получилось 23 части. Сколько листов он разрезал на 3 части? Как вы рассуждали?

2. Петя записал два отличающихся на единицу трёхзначных числа и сообщил Ване, сколько каких цифр он написал (например: две двойки, одну тройку и т. д.). Всегда ли умный Ваня сможет точно установить, какие числа записал Петя? Ответ объясните.

3. В клетках таблицы 3×3 стоят нули. Разрешается выбрать в таблице любой квадрат 2×2 и увеличить каждое из стоящих в нем чисел на 1. Можно ли несколькими такими операциями получить таблицу на рисунке справа?

4	10	6
14	28	13
10	13	7

4. На кольцевой дороге есть три бензоколонки: А, Б и В. Если ехать по часовой стрелке, расстояние от А до Б будет таким же, как от Б до А, а расстояние от А до В — вдвое меньше, чем от В до А. В каком направлении (по часовой стрелке или против часовой стрелки) и во сколько раз расстояние по дороге от Б до В короче, чем от В до Б? Объясните, как вы получили ответ, нарисуйте чертеж.

5. Есть два автомата. Один — Прибавитель — за рубль к введенному в него числу прибавляет некоторое (всегда одно и то же) положительное число и выдает результат. Другой — Умножитель — за рубль любое введенное в него число умножает на некоторое (всегда одно и то же, не обязательно такое же, как у Прибавителя) положительное число и выдает результат. При этом какой автомат Прибавитель, а какой — Умножитель, заранее неизвестно. За какую наименьшую сумму и как можно выяснить, какой автомат — Прибавитель, а какой — Умножитель?

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2023/24 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 6 КЛАССА

1. У Игоря было 200 листов бумаги. Каждый из них он разрезал либо на 10, либо на 11 частей. Всего у него получилось 2023 части. Сколько листов он разрезал на 11 частей? Ответ объясните.
2. Найдите такое трехзначное натуральное число n , что для записи всех трех трехзначных чисел n , $n+1$ и $n+2$ достаточно трех различных цифр.
3. Можно ли выбрать 8 точек так, чтобы они лежали на 7 прямых линиях, по 3 точки на каждой? Если можно — нарисуйте, как. Если нельзя — объясните, почему.
4. Незнайка записал натуральное число, затем стер у него последнюю цифру и сложил полученное число с исходным. У него получилось 2023. Докажите, что он где-то ошибся.
5. Клетки доски 4×4 покрашены в черный и белый цвета в шахматном порядке. Петя и Вася (начинает Петя) по очереди ставят на пустые клетки доски фишки: Петя — на белые, Вася — на черные. При этом нельзя ставить фишку на клетку рядом с фишкой соперника. Проигрывает тот, кто не может поставить очередную фишку без нарушения правил. Кто выиграет при правильной игре?

II РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2023/24 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 7 КЛАССА

1. Игорь придумал шифр, в котором каждая буква шифруется двузначным или трехзначным числом. Оказалось, что слово ОКО шифруется числом 1111111, а слово ЛОВ — числом 11211121. Каким числом может шифроваться слово ВОЛК? Перечислите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

2. Найдите какое-нибудь девятизначное число, делящееся на 13, все цифры которого различны.

3. На кольцевой дороге есть три бензоколонки: А, Б и В. Если ехать по часовой стрелке, расстояние от А до Б будет таким же, как от Б до А, а расстояние от А до В — вдвое меньше, чем от В до А. В каком направлении (по часовой стрелке или против часовой стрелки) и во сколько раз расстояние по дороге от Б до В короче, чем от В до Б?

4. Есть два автомата. Один — Прибавитель — за рубль к введенному в него числу прибавляет некоторое число (всегда одно и то же) и выдает результат. Другой — Умножитель — за рубль любое введенное в него число умножает на некоторое число, не равное 1 (всегда одно и то же, не обязательно такое же, как у Прибавителя) и выдает результат. При этом какой автомат Прибавитель, а какой — Умножитель, заранее неизвестно. За какую наименьшую сумму и как можно выяснить, какой автомат — Прибавитель, а какой — Умножитель?

5. Шнур длиной 3 м состоит из нескольких зеленых и нескольких красных участков. Зеленый участок горит со скоростью 3 см/сек, а красный — со скоростью 2 см/сек. Когда шнур подожгли одновременно с двух концов, он сгорел за 59 секунд. Какова суммарная длина красных участков шнура?

Не забывайте обосновывать ответы!

II РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2023/24 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 8 КЛАССА

1. Есть два автомата. Один — Прибавитель — за рубль к введенному в него числу прибавляет некоторое положительное число (всегда одно и то же) и выдает результат. Другой — Умножитель — за рубль любое введенное в него число умножает на некоторое (всегда одно и то же, не обязательно такое же, как у Прибавителя) положительное число и выдает результат. При этом какой автомат Прибавитель, а какой — Умножитель, заранее неизвестно. Как за 1 рубль выяснить, какой автомат — Прибавитель, а какой — Умножитель?

2. Барон Мюнхгаузен проехал на коне 50 км. Он рассказывал потом, что потратил на весь путь 3 часа, причем его средняя скорость в первые два часа равнялась 20 км/ч и в последние два часа — тоже 20 км/ч. Могло ли случиться, что он сказал правду?

3. Может ли биссектриса остроугольного треугольника быть вдвое длиннее его высоты, проведенной из той же вершины?

4. Три числа таковы, что их сумма равна 0, а куб разности любых двух из них равен разности их кубов (взятых в том же порядке). Докажите, что среди этих чисел есть нуль.

5. Клетки доски 5×5 покрашены в черный и белый цвета в шахматном порядке так, что угловые клетки — белые. Петя и Вася (начинает Петя) по очереди ставят на пустые клетки доски фишки: Петя — на белые, Вася — на черные. При этом нельзя ставить фишку на клетку рядом с фишкой соперника. Проигрывает тот, кто не может поставить очередную фишку без нарушения правил. Кто выиграет при правильной игре?

Не забывайте обосновывать ответы!

II РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2023/24 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 9 КЛАССА

1. Найдите такое четырехзначное натуральное число n , что для записи всех трех четырехзначных чисел n , $n+1$ и $n+2$ достаточно трех различных цифр.
2. На своем дне рождения профессор сказал: «Если вы сложите год моего рождения с нынешним, затем вычтете год моего 10-го дня рождения и год моего 50-го дня рождения, а затем добавите мой возраст, то получите 80.» Сколько лет профессору?
3. Мотоциклист был в пути три часа. Его средняя скорость в первые два часа равнялась 50 км/ч и в последние два часа — тоже 50 км/ч. Какое наибольшее расстояние он мог преодолеть?
4. Три числа таковы, что куб суммы любых двух из них равен сумме их кубов. Докажите, что среди этих чисел есть нуль.
5. Клетки доски 5×5 покрашены в чёрный и белый цвета в шахматном порядке так, что угловые клетки — белые. Петя и Вася (начинает Петя) по очереди ставят на пустые клетки доски фишки: Петя — на белые, Вася — на чёрные. При этом нельзя ставить фишку на клетку рядом с фишкой соперника. Проигрывает тот, кто не может поставить очередную фишку без нарушения правил. Кто выиграет при правильной игре?
6. Шестиугольник $ABCDEF$, все углы которого меньше 180 градусов, таков, что каждый треугольник, образованный тремя идущими подряд его вершинами, имеет площадь 1. Докажите, что площадь этого шестиугольника не меньше 6.

Не забывайте обосновывать ответы!

II РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2023/24 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 10 КЛАССА

1. Найдется ли такое четырехзначное натуральное число n , что для записи всех трех четырехзначных чисел n , $n+1$ и $n+2$ достаточно трех различных цифр?
2. В 10 клетках сидят 25 животных — зайцев и кроликов. Известно, что если в клетке есть заяц, то там не больше одного кролика, а если в клетке есть кролик, то там не больше одного зайца. Докажите, что есть клетка, в которой все животные — одной породы.
3. Найдутся ли такие пять различных натуральных чисел a, b, c, d, e , что среди дробей $a/b, a/c, a/d, a/e, b/c, b/d, b/e, c/d, c/e, d/e$ девять сократимы, а одна несократима?
4. Докажите, что удвоенная сумма квадратов двух сторон треугольника больше квадрата его третьей стороны.
5. Шестиугольник $ABCDEF$, все углы которого меньше 180 градусов, таков, что каждый треугольник, образованный тремя идущими подряд его вершинами, имеет площадь 1. Докажите, что если $AB < DE$, то $BC > EF$.
6. Что больше: число способов разложить все 19 гирек с весами 1 г, 2 г, ..., 19 г на две чашки весов так, чтобы весы остались в равновесии, или число способов разложить так все 20 гирек с весами 1 г, 2 г, ..., 20 г?

Не забывайте обосновывать ответы!

II РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2023/24 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 11 КЛАССА

1. Дана последовательность $\left\{ x_n = \frac{n^2 + n}{2} \right\}$ ($n = 1, 2, \dots$). Докажите, что для любых двух членов x_k и x_m этой последовательности число $x_k + x_m + km$ тоже является ее членом.
2. Может ли сумма квадратов синусов углов треугольника равняться 2?
3. Шнур длиной 3 м состоит из нескольких зеленых и нескольких красных участков. Зеленый участок горит со скоростью 3 см/сек, а красный — со скоростью 2 см/сек. Когда шнур подожгли одновременно с двух концов, он сгорел за 59 секунд. Какова суммарная длина красных участков шнура?
4. Найдите такие пять различных натуральных чисел a, b, c, d, e , что среди дробей $a/b, a/c, a/d, a/e, b/c, b/d, b/e, c/d, c/e, d/e$ семь сократимы, а три несократимы.
5. Шестиугольник $ABCDEF$, все углы которого меньше 180 градусов, таков, что каждый треугольник, образованный тремя идущими подряд его вершинами, имеет площадь 1. Докажите, что если $AB < DE$, то $BC > EF$.
6. В классе каждый ученик дружит ровно с шестью другими, и у любых двух учеников есть ровно два общих друга. **а)** Сколько учеников в этом классе? **б)** Докажите, что такая ситуация действительно возможна. (Считается, что если А дружит с Б, то и Б дружит с А.)

Не забывайте обосновывать ответы!